

Problema 1. Risolvi in $\mathbb{R}$:

$$1) \frac{7x-4}{x^2-4} - \frac{2}{x-2} \leq \frac{7}{x+2};$$

$$3) \frac{x^3+x^2}{3} + \frac{x^2}{x+3} < x^3 - \frac{x^2}{3x+9};$$

$$2) \sqrt{x-x^2} < \sqrt{7-2x}$$

$$4) \frac{\sqrt{x^2+6x+8}-x-5}{x^2-36} \leq 0.$$

Problema 2. Dati i punti $A = (-2, 0)$ e $B = (3, 0)$ calcola l'equazione delle parabole con asse parallelo all'asse delle ordinate⁽¹⁾ che intersecano l'asse y in un punto la cui distanza da A è $2\sqrt{2}$.

Sia $\mathcal{P}_1 = -\frac{1}{3}(x^2 - x - 6)$, calcola l'equazione della circonferenza che passa per B ed è tangente in $C = (0, 2)$ alla retta $r : y = \frac{3}{2}x + 2$.

Problema 3. Dopo aver dimostrato che in un triangolo rettangolo la mediana relativa all'ipotenusa è metà dell'ipotenusa stessa (vedi figura 2), considera il triangolo ABC , rettangolo in C , la cui altezza CH relativa all'ipotenusa misura 9.6 cm e la mediana CM misura 10 cm , calcola:

- l'area del triangolo;
- il perimetro del triangolo.

Quesito 1. Enuncia e dimostra uno fra i seguenti teoremi studiati:

- Il teorema di Euclide.
- Teorema delle bisettrici di un triangolo.
- Teorema di Pitagora.
- Teorema delle secanti.

Quesito 2. Ricava la formula della distanza punto $(P = (x_0, y_0))$ retta $(r : y = mx + q)$:

$$d(P, r) = \frac{|y_0 - (mx_0 + q)|}{\sqrt{1 + m^2}}$$

Problema 4. Sia ABC un triangolo, costruisci le bisettrici degli angoli $\hat{B}$ e $\hat{C}$, traccia le perpendicolari da A alle due bisettrici, siano D ed E i piedi delle perpendicolari sulle bisettrici, dimostra che la retta DE è parallela alla retta BC .

Quesito 3. Come si è ricavata la seguente formula:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Problema 5. In un contenitori ci sono 35 palline di cui 10 blu 5 rosse e le restanti bianche. Si estraggono contemporaneamente 3 palline:

- qual è la probabilità che siano una bianca, una blu ed una rossa?
- qual è la probabilità che le tre palline siano dello stesso colore (3 bianche o 3 blu o 3 rosse)?

Problema 6. In un triangolo rettangolo con i cateti di 4 cm e 8 cm inscrivere un rettangolo con un lato sull'ipotenusa la cui diagonale misura $4\sqrt{2} \text{ cm}$.

Calcola le dimensioni dei rettangoli inscritti.

Quesito 4. Sia $p_n(x) = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} \dots a_1x + a_0$ un polinomio monico, indica il grado del polinomio, e spiega cosa si intende per radici di un polinomio.

Data l'equazione $x^2 - sx + p = 0$, spiega perché s è la somma delle radici e p il loro prodotto.

La relazione vale solo quando il $\Delta \geq 0$?

¹ $y = ax^2 + bx + c$

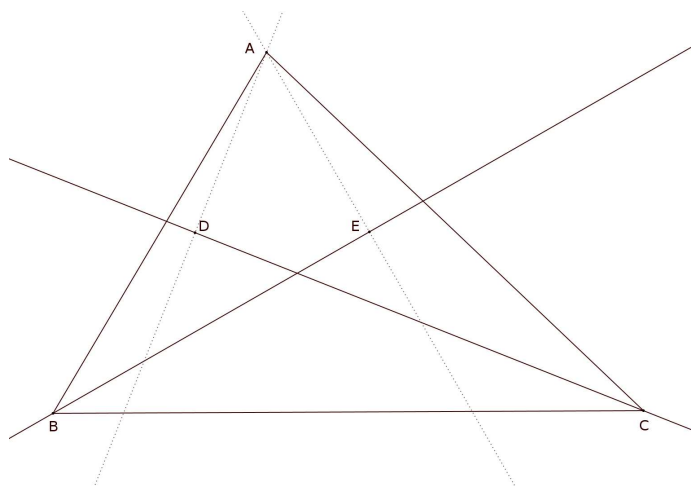


Figura 1: Problema 4

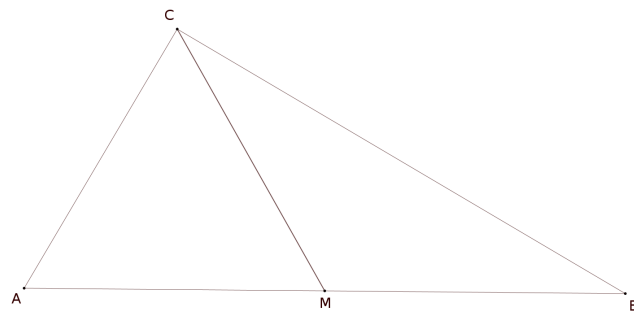
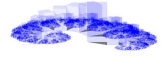
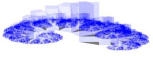


Figura 2: Problema 3