

Quesito 1. Dopo aver riportato la definizione di classe di equivalenza, spiega la seguente uguaglianza:

$$\frac{4}{5} = [(4, 5)] = \{(4, 5), (8, 10), (12, 15), \dots, (-4, -5), \dots\}$$

Quesito 2. Sia $\mathbb{Q}$ l'insieme dei numeri razionali e $\mathbb{Z}$ l'insieme dei numeri interi. Ha senso scrivere $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$? Motiva la risposta.

Quesito 3. Data la funzione $f(n) = \frac{1}{n^2 - 2n + 1}$ con $n \in \mathbb{N}$ indica dominio e insieme delle immagini.

Quesito 4. La funzione $f : (-2, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ avente legge $f(x) = (x + 2)(x - 4)$ è invertibile?

Problema 1. Date le rette di equazione $r : y = \sqrt{3}x + 1$ e $s : x + y - 3 = 0$, ricava:

- le coordinate del punto $A = r \cap s$;
- quale fra r ed s forma con l'asse delle ascisse l'angolo acuto di maggiore ampiezza.

2.1 Numeri reali e teoria elementare della misura

Quesito 5. Spiega perché $\sqrt{3}$ è irrazionale

2.2 Radicali

Problema 2. Razionalizza:

a) $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$

$$\text{b) } \frac{1}{\sqrt[3]{x^2} - 3\sqrt[3]{x} - 4}^{(1)}$$

2.3 Equazioni di secondo grado, disequazioni di secondo grado

Quesito 6. Calcola la somma e il prodotto delle radici dell'equazione $x^2 - 5x + 7 = 0$.

Problema 3. Risolvi in $\mathbb{R}$ le seguenti disequazioni:

a) $(x - 3)(x - 2)(x^4 + 1)(x^3 + 8) \geq 0$

c) $\frac{x-1}{x^2-3x-4} \geq 0$

$$\text{b) } \frac{x+1}{x-1} \leq 0$$

d) $\frac{13}{x+4} \leq \frac{15}{2x-3}$

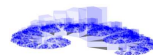
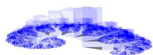
2.4 Geometria del piano

Problema 4. In un triangolo isoscele, l'angolo al vertice è la decima parte dell'angolo giro. Verifica che la bisettrice di un angolo alla base divide il triangolo in due triangoli entrambi isosceli.

Problema 5. Per il vertice B di un triangolo ABC (in cui $\hat{A} < \hat{B}$) conduci una retta che taglia in D il lato AC in modo che sia $C\hat{B}D = C\hat{A}B$. Dimostra che $BC^2 = CD \cdot CA$.

Problema 6. Determina l'altezza di un rettangolo di data base b sapendo che è equivalente da un quadrato di lato a .

¹Se avanza tempo e ...comunque per casa



3 Pensa e ... costruisci

Descrivi con cura il procedimento seguito

Quesito 7. Utilizzando riga (non numerata) e compasso, costruisci un segmento di lunghezza $\sqrt{7}$



Figura 1: Geogebra “minimale”

Che in Geogebra (vedi figura 1), sarebbe come utilizzare solo: punto, retta e circonferenza centro punto

Problema 7. Dato un triangolo isoscele ABC di base AB , determina il punto D della retta CB tale che la circonferenza di centro D e raggio DA sia tangente in A alla retta AC .

Problema 8. Costruisci un triangolo noti i suoi punti medi M_1, M_2, M_3 .

4 Problema finale

Descrivi con cura il procedimento seguito

Problema 9. In figura 2 è riportato un triangolo ABC sui lati del quale sono stati costruiti tre quadrati. Dimostra che i tre triangoli colorati sono equivalenti.^(a)

^aSe avanza tempo e ... comunque per casa

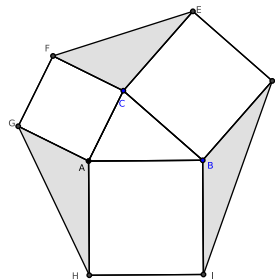


Figura 2: Il triangolo ABC ed i quadrati esterni

Pensierino: Oggi lo studio della geometria è presto dirottato su metodi analitici e si dà spesso la sensazione che con i metodi sintetici si possano ottenere solo risultati elementari. Può essere quindi utile analizzare alcune dimostrazioni puramente sintetiche, risalenti a periodi diversi, che mostrano come il metodo sintetico usato con intelligenza possa essere ben più versatile e potente di quanto appaia dagli attuali programmi scolastici.