

Quesito 1. Ricava che il vettore accelerazione centripeta, in un moto circolare uniforme, ha la stessa direzione del vettore posizione ma verso opposto.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Quesito 2. Ricava la traiettoria del moto di una massa m lanciata dal suolo con un'inclinazione di α radianti, ed una velocità $|\vec{v}| = v_0$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Problema 1. Willy Coyote si accorge di avere un burrone davanti a sé ad una distanza $D = 25 \text{ m}$. Sapendo che stava correndo alla velocità $v_0 = 27 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ e che inizia a rallentare con una decelerazione $a = 1.15 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$,

a) verifica che si ferma prima di cadere, determina l'istante t in cui si ferma e la distanza d dal bordo del burrone.

Se decide di rallentare a soli 5 m dal burrone,

b) calcola l'accelerazione necessaria per fermarsi.

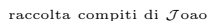


.....

.....

.....

.....

This image shows a full page of white paper with horizontal dotted lines. The lines are evenly spaced and run across the entire width of the page, providing a guide for handwriting practice. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Problema 1. Risolvi in $\mathbb{R}$ le seguenti disequazioni:

i) $2 \sin(x) - 1 \geq 0$

iii) $|x + 1| - |x| \geq 1$

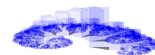
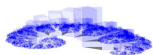
ii) $\sin^2(x) - 2\sin(2x) \leq 0$

iv) $\sqrt[3]{x^3 - 3x^2} \leq 1 + x$

Problema 2. Dati nel piano xOy i punti $A = (1, 1)$ $B = (3, 1)$ e la retta $t: 3y + 2x = 9$

- i) calcola l'equazione della parabola $\mathcal{P}$ passante per A e tangente in B a t ;
- ii) calcola l'equazione della circonferenza $\mathcal{C}$ passante per A e tangente in B a t ;
- iii) in quanti punti si incontrano $\mathcal{C}$ e $\mathcal{P}$? Motiva la risposta.

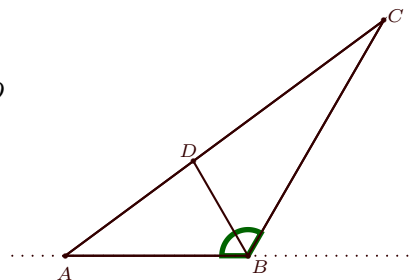
Quesito 1. Data la funzione $f(x) = \sqrt[3]{x^2} - \sqrt{x} + x^3$ calcola l'equazione della tangente nel suo punto di ascissa $x = 1$.



Problema 3. Sia ABC il triangolo in cui $\widehat{ABC} = \frac{2}{3}\pi$ e detta BD

la bisettrice di $\widehat{ABC}$ dimostra che:

$$\frac{1}{BD} = \frac{1}{BC} + \frac{1}{BA}$$



Problema 4. Sapendo che $f(x)$ è definita nell'intervallo $I = [0, 4]$ e per ogni $x \in I$ si ha $2 \leq f(x) \leq 4$, risolvi in $\mathbb{R}$ le seguenti disequazioni

$$\text{i) } \sqrt{f(x)} \geq 1 \quad \text{ii) } \frac{1}{1 - \sqrt{f(x)}} \leq 0 \quad \text{iii) } |f(x)| + |2 - f(x)| - |f(x) - 1| \geq 0$$

Motiva le risposte.

Quesito 2. Dopo aver dimostrato che $\forall P = (x_1, y_1) \neq (0, 0)$ l'elemento simmetrico rispetto l'operazione di prodotto fra punti (puntino⁽¹⁾) è $P' = \left(\frac{x_1}{x_1^2 + y_1^2}, -\frac{y_1}{x_1^2 + y_1^2} \right)$, verifica che la retta $y = x + 4$ viene trasformata, dall'applicazione che ad ogni suo punto P associa il simmetrico P' , in una circonferenza, di cui si chiede di calcolare centro e raggio.

Quesito 3. In figura ?? è rappresentata la parabola $\mathcal{P}$ e la sua direttrice d :

- spiega perché $\mathcal{P}$ è definita “curva implicita”?
- se la direttrice di $\mathcal{P}$ è inclinata di $\frac{\pi}{4}$, sapresti indicare una possibile equazione di $\mathcal{P}$.

Motiva le risposte.

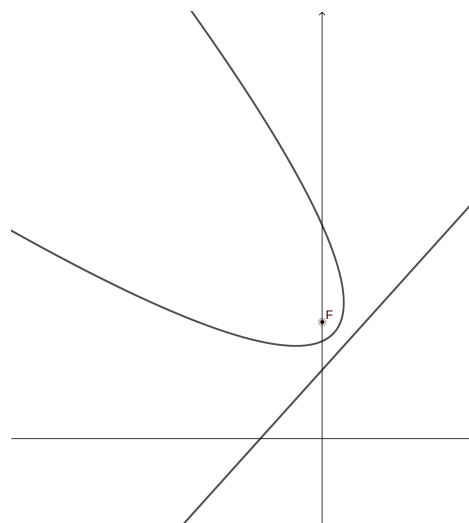


Figura 1: Parabola $\mathcal{P}$

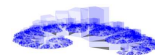
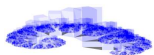
Quesito 4. Dimostra che per ogni numero naturale $n \geq 1$ vale la formula:

$$\frac{3}{1 \cdot 4} + \frac{5}{4 \cdot 9} + \frac{7}{9 \cdot 16} + \cdots + \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} = \frac{n(n+2)}{(n+1)^2}$$

Problema 1. Risolvi in $\mathbb{D}$ le seguenti disequazioni:

- $\text{tg}(x) > 1 \quad \mathbb{D} = \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right);$
- $\cos(x) - \sqrt{3}\sin(x) > 1 \quad \mathbb{D} = (0, 2\pi);$
- $\sqrt{x^2 - 4} > 2 - x \quad \mathbb{D} = \mathbb{R};$
- $\frac{|x+1| + x - 5}{\sqrt{x-2} - \sqrt{x+3}} \leq 0 \quad \mathbb{D} = \mathbb{R}.$

¹ $(x_1, y_1) \cdot (x_2, y_2) = (x_1 x_2 - y_1 y_2, x_1 y_2 + x_2 y_1), (x, y) \cdot (1, 0) = (x, y)$



Problema 2. Determina l'equazione della parabola $\mathcal{P}$ con asse parallelo all'asse delle ordinate che passa per $A = (0, 5)$, $B = (-1, 0)$ e $C = (5, 0)$. Calcola l'equazione della tangente a $\mathcal{P}$ in A .

Problema 3. Calcola l'equazione della circonferenza Γ di diametro AB , dove $A = (0, 5)$, $B = (-1, 0)$.

Problema 4. Dato il triangolo acutangolo ABC , traccia le altezze AH e BK , dimostra che il quadrilatero $ABHK$ è ciclico.⁽¹⁾

Quesito 1. Dimostra che

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$$

Questo risultato cosa ci permette di confermare?

Quesito 2. Scrivi una possibile equazione della parabola il cui asse è parallelo alla retta $y = 2025x - 2024$

Quesito 3. Sia $P = \left(\frac{9}{20}, \frac{9\sqrt{3}}{20}\right)$, se definiamo $P^2 = P.P$ dove, al solito “.” è l'operazione puntino. Cosa restituisce P^6 ? Non serve svolgere i calcoli, è sufficiente descrivere il risultato.

Quesito 4. Spiega perché la seguente equazione, $x^2 + 3xy + 9y^2 - x - y = 0$, ha come curva rappresentativa un'ellisse (vedi figura ??).

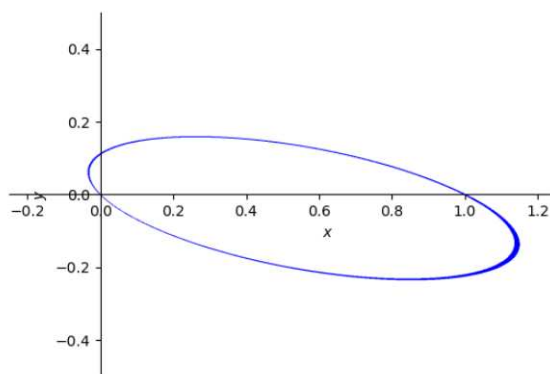
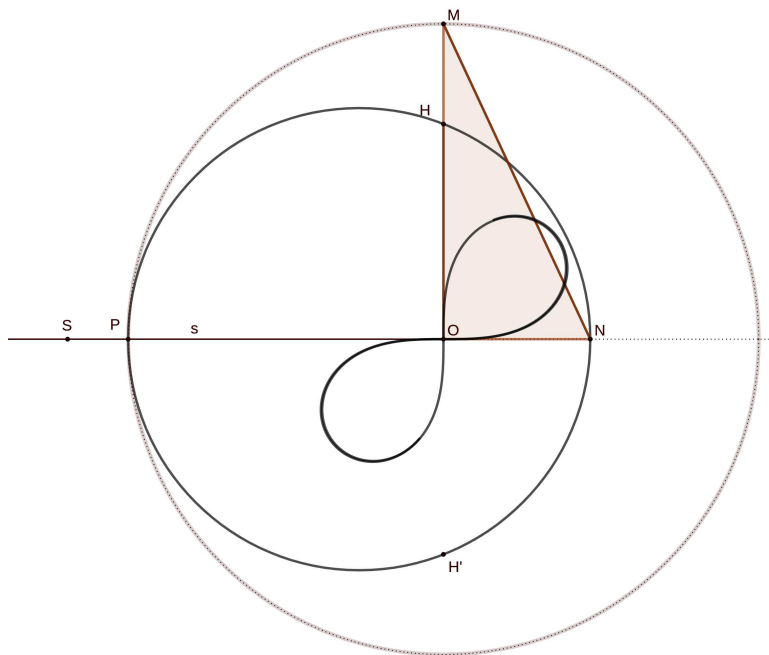


Figura 2

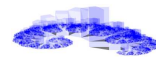
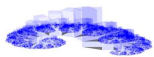
Se avanza tempo e comunque per casa

Problema 5. Sia OH un segmento fissato, sulla semiretta $s = OS$ si prenda un punto $P \in s$, si costruisca, ora, la circonferenza Γ per i punti H , P e H' dove H' è il simmetrico di H rispetto ad O . Sia N , l'ulteriore intersezione di Γ con la retta PO . Si costruisca la circonferenza Γ' di centro O e raggio OP sia M l'intersezione di Γ' con la semiretta OH .

Il triangolo ONM , al variare della posizione di $P \in s$ ha area costante. Spiegane la ragione e indica quanto vale l'area di ONM .



¹ciclico, si dovrebbe sapere, significa inscritto in una circonferenza



Vero finto compito di ottobre

Disequazioni

Problema 1. Risolvi nell'insieme indicato le seguenti disequazioni:

a) $\sqrt{2}\sin^2 x + \sin x < 0 \quad x \in [0, 2\pi]$

d) $6\sin^2 x - 2\sqrt{3}\sin x \cos x - 3 \geq 0 \quad x \in [0, 2\pi]$

b) $|\operatorname{tg} x| < 1 \quad x \in [0, 2\pi]$

e) $\frac{\sqrt[3]{x^3-1}+x}{\sqrt{x-1}+x+1} \geq 0 \quad x \in \mathbb{R}$

c) $\frac{\sqrt{3}\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x} \leq 0 \quad x \in [0, 2\pi]$

f) $\sqrt{x^2+x+1} \leq x+2 \quad x \in \mathbb{R}$

Risolvi in $\mathbb{R}$ le seguenti disequazioni:

a) $\frac{x^3(x-1)^2}{x+3} \geq 0$

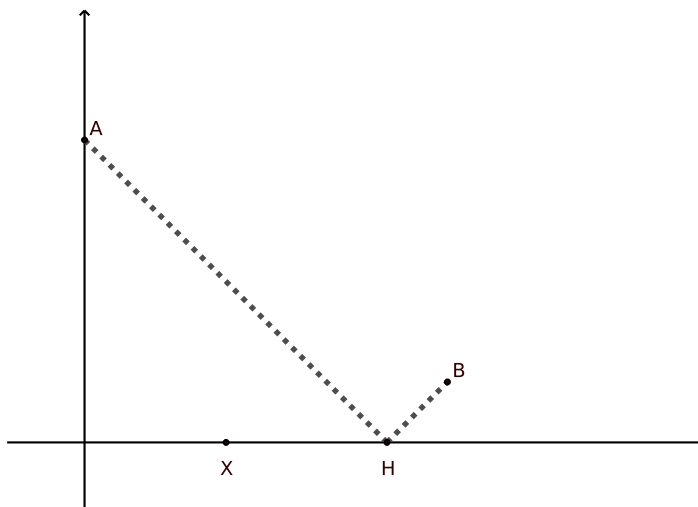
b) $\sqrt{x-1} - x \leq 2$

Geometria non solo analitica

Problema 2. In figura sono riportati i punti $A = (0, 5)$ e $B = (6, 1)$. Calcola le coordinate del punto H in modo tale che:

$$\overline{AH} + \overline{HB} \leq \overline{AX} + \overline{XB}$$

dove X è un generico punto dell'asse delle ascisse.



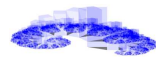
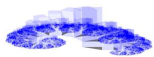
Problema 3. Sia $\mathcal{C}$ la circonferenza di centro l'origine e raggio 2. Sia A il punto di $\mathcal{C}$ di ascissa $\sqrt{2}$. Calcola l'equazione della parabola tangente alla circonferenza in A che passa per $B = (3\sqrt{2}, 0)$.⁽¹⁾

Problema 4. Sui lati di un triangolo equilatero ABC si costruiscano i triangoli equilateri ABD , BCE e CAF . Detti rispettivamente G, H, I i centri dei tre triangoli così costruiti, si dimostri che l'esagono $AGBHCI$ è regolare

Quesiti

Quesito 1. La parabola $\mathcal{P}$ di equazione $x^2 + 2\sqrt{3}xy + 3y^2 + 4\sqrt{3}x - 4y = 0$ ha l'asse che forma con l'asse delle ascisse un angolo acuto di $\frac{\pi}{6}$. Indica come puoi ottenere per $\mathcal{P}$, l'equazione nella forma $Y = aX^2 + bX + c$.

¹Imposta il sistema risolvibile, sviluppa i conti: se avanza tempo e comunque per casa



Quesito 2. Dimostra che $\sum_{k=1}^n (2k)^3 = 2n^2(n+1)^2$

Quesito 3. Quanti sono i numeri di quattro cifre che si possono costruire usando le cifre 0, 5, 7, 9:

- i) una sola volta;
- ii) anche più di una volta.

Quesito 4. Calcola il coefficiente angolare della retta tangente nel punto di ascissa $x = 1$ al grafico rappresentativo della curva di equazione: $f(x) = \sqrt{x} - \sqrt[5]{x^3}$

Quesito 5. Calcola l'equazione del luogo dei punti P per cui il rapporto fra la distanza dal punto $A = (0, -1)$ e dalla retta $r : y = 2$ sia la costante $e = \frac{1}{2}$.

Spiega perché il luogo ottenuto è una ellisse.

Quesito 6. Dimostra che l'operazione "." (puntino) è commutativa.