

**Problema 1.** Ricava l'affinità  $\tau$  che al triangolo di vertici  $A = (-3, 1)$ ,  $B = (0, 1)$  e  $C = (-3, 3)$  fa corrispondere, il triangolo di vertici  $A = (-6, 6)$ ,  $B = (-4, 6)$  e  $C = (-6, 3)$ .

- Rappresenta nello stesso riferimento i due triangoli;
- ricava l'equazione della circonferenza  $\Gamma$  circoscritta al triangolo  $ABC$ ;
- ricava l'equazione di  $\tau(\Gamma)$ ;
- $\tau(\Gamma)$  è la circonferenza circoscritta a  $A'B'C'$ ?

## 1 MateTeoria

**Quesito 1.** Sia  $\mathcal{P}$  una parabola con asse parallelo all'asse delle ordinate e  $T$  un suo punto di ascissa  $x_0$ . Spiega come si calcola la tangente a  $\mathcal{P}$  in  $T$  e come si calcola l'equazione della circonferenza  $\Gamma$  di raggio  $r$  tangente a  $\mathcal{P}$  in  $T$ .

**Quesito 2.** È dato il triangolo acutangolo  $ABC$ , dimostra che:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot CB \cos(\widehat{BCA})$$

Se il triangolo  $ABC$  è ottusangolo, si ottiene lo stesso risultato? (Motiva la risposta)

## 2 MatePratica

**Problema 1.** Risolvi in un opportuno insieme  $\mathcal{D}^{(1)}$

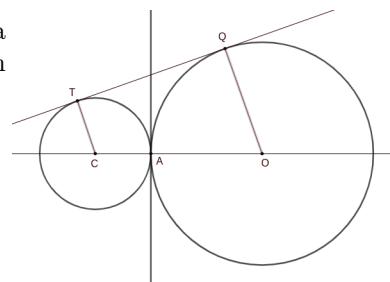
- 1)  $\log(x-1) + \log(x-2) - \log(x-3) < 0$ ;
- 2)  $\frac{x^4 - 16}{x^2 + 1} \leq 1$ ;
- 3)  $\cos(x)(2\sin^2(x) - 1) \geq 0$ ;
- 4)  $\frac{\operatorname{tg}^3(x) - 1}{\cos^2(x) + 1} \geq 0$ ;
- 5)  $\left(\frac{1}{e}\right)^{4x} - 3\left(\frac{1}{e}\right)^{2x} \leq 4$ .

**Problema 2.** In un contenitore ci sono 50 dadi, 10 mostrano con uguale probabilità le sei facce, 15 mostrano la faccia con sei punti con probabilità  $\frac{1}{2}$  e le altre facce con probabilità  $\frac{1}{10}$ , i restanti dadi mostrano la faccia con un punto e la faccia con sei punti ciascuna con probabilità  $\frac{1}{3}$  le restanti con probabilità  $\frac{1}{12}$ . Estratto dal contenitore un dado viene lanciato e si ottiene sei.

Qual è la probabilità che il dado sia equo?

**Problema 3.** Sono date due circonferenze di centri  $C$  e  $O$ , tangenti alla retta  $r$  rispettivamente in  $T$  e  $Q$ . Detto  $M$  il punto di intersezione della tangente in  $A$  alle due circonferenze, con il segmento  $TQ$ . Dimostra che:

- a)  $M$  è il punto medio di  $TQ$ ;
- b)  $\widehat{CMO}$  è retto;
- c) la circonferenza di diametro  $TQ$  è tangente in  $A$  alla retta  $CO$ .



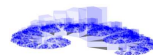
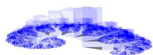
**Esercizio 1.** <sup>(2)</sup>Sia  $ABCD$  un trapezio rettangolo ( $\widehat{A}$  e  $\widehat{B}$  sono rettangoli) in cui  $AB = DA = 1$  ( $DA$  è la base minore). Determina l'ampiezza dell'angolo  $\widehat{BCD} = x$  in modo che:

$$AH + BK = 2k \tag{1}$$

Dove  $H$  e  $K$  sono, rispettivamente, le proiezioni di  $A$  e di  $B$  sulla retta  $DC$ .

<sup>1</sup>Da indicare, ad esempio disequazione 2)  $\mathcal{D} = \mathbb{R}$

<sup>2</sup>È richiesto, solo, di rispondere alle domande del problema 4



**Problema 4.** Con riferimento all'esercizio 2:

a) costruisci la figura;

b) determina, motivando, i limiti per  $x$ ;

c) calcola  $AH$ ;

d) calcola  $BK$ ;

e) La (2) porta a costruire il seguente sistema misto: 
$$\begin{cases} 2Y + X = 2k \\ X^2 + Y^2 = 1 \\ 0 \leq X \leq 1 \\ 0 \leq Y \leq 1 \end{cases} \quad \text{Discuti.}$$

**Quesito 3.** Scrivi in forma polare  $z = (1 - \sqrt{3}i)^{2025}$

**Quesito 4.** Ricava le  $x$ :

$$6 \binom{x}{x-2} - \binom{x+1}{x-2} = 2 \binom{x}{x-4}$$

**Quesito 5.** Disegna nel piano di Gauss l'insieme delle  $z \in \mathbb{C}$  tali che:

$$\operatorname{Re} \left( \frac{1}{z} \right) = 1$$

### Trisettrice di Maclaurin

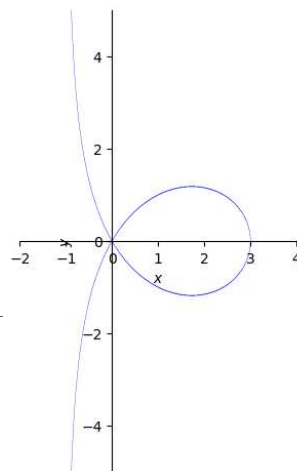
This was first studied by Colin Maclaurin in 1742. Like so many curves it was studied to provide a solution to one of the ancient Greek problems, this one is in relation to the problem of trisecting an angle. The name trisectrix arises since it can be used to trisect angles.

$a = 1$

`TriSec = plot_implicit(Eq(y**2*(x+a), x**2*(3*a-x)), (x, -`

`TriSec.aspect_ratio = (1,1)`

`TriSec.show()`



## 3 MateTeoria

**Quesito 1.** Sia  $\mathcal{P}$  una parabola con asse parallelo all'asse delle ordinate e  $T$  un suo punto di ascissa  $x_0$ . Come si calcolano le equazioni delle circonferenze tangenti alla parabola in  $T$  di fissato raggio  $r$ ? Per quali valori di  $r$  la circonferenza hanno punti di intersezione diversi da  $T$ ?

**Quesito 2.** Enuncia e dimostra il teorema della corda

## 4 MatePratica

**Problema 1.** Risolvi in un opportuno insieme  $\mathcal{D}^{(1)}$

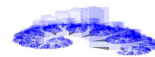
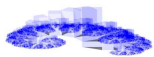
1)  $\log(1-x) + \log(2-x) - \log(s-x) < 0$ ;

3)  $\sin(x) (2 \cos^2(x) - 1) \geq 0$ ;

2)  $\frac{x^4 - 81}{x^2 + 1} \leq 1$  ;

4)  $\frac{1 - \operatorname{tg}^3(x)}{\cos^2(x) + 1} \geq 0$ ;

<sup>1</sup>Da indicare, ad esempio disequazione 2)  $\mathcal{D} = \mathbb{R}$



$$5) \left(\frac{1}{5}\right)^{4x} + 3\left(\frac{1}{5}\right)^{2x} \leq 4.$$

**Problema 2.** In un contenitore ci sono 50 dadi, 10 di (tipo 1): mostrano con uguale probabilità le sei facce, 15 di (tipo 2) mostrano la faccia con sei punti con probabilità  $\frac{1}{2}$  la faccia con un punto con probabilità  $\frac{1}{4}$  le altre facce con probabilità  $\frac{1}{20}$ , i restanti (tipo 3) dadi mostrano la faccia con un punto e la faccia con sei punti ciascuna con probabilità  $\frac{1}{3}$  le restanti con probabilità  $\frac{1}{12}$ . Estratto dal contenitore un dado viene lanciato e si ottiene uno.

Qual è la probabilità che il dado sia del (tipo 2)?

**Problema 3.** I punti  $M$  ed  $N$  dividono una corda  $AB$  di una circonferenza in tre segmenti uguali  $AM, MN, NB$ . Le perpendicolari per  $M$  e per  $N$  ad  $AB$ , unitamente ai punti  $A$  e  $B$ , dividono la circonferenza in sei archi. Quali di essi sono uguali? Motiva con cura la risposta.

**Esercizio 2.** <sup>(2)</sup> È data la semicirconferenza  $\Gamma$  il cui diametro misura 2, traccia la corda  $AC$  in modo che, detto  $D$  l'estremo del raggio parallelo alla corda sia:

$$AC + CD = 2k \quad (2)$$

**Problema 4.** Con riferimento all'esercizio 2:

a) costruisci la figura;

b) scelto  $\widehat{BAC} = x$ . Determina, motivando, i limiti per  $x$ ;

c) calcola  $AC$ ;

d) calcola  $CD$ ;

e) La (2) porta a costruire il seguente sistema misto: 
$$\begin{cases} y = k - 1 \\ y = X - 2X^2 \\ 0 \leq X \leq \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \quad \text{Discuti.}$$

**Quesito 3.** Scrivi in forma polare  $z = (\sqrt{3} - i)^{2025}$

**Quesito 4.** Disegna nel piano di Gauss l'insieme delle  $z \in \mathbb{C}$  tali che:

$$\operatorname{Im}\left(\frac{1}{z}\right) = 1$$

---

<sup>2</sup>È richiesto, solo, di rispondere alle domande del problema 4