

1 Attività a coppie 14 aprile 2025

1.1 Cosa svolgere

Esercizi della **Parte I** la coppia risolve gli esercizi corrispondenti al proprio numero nell'ordine alfabetico del registro (ad esempio: Brosolo, Lazzarin risolvono gli esercizi I.2 e I.8). Esercizi della **Parte II** la coppia risolve l'esercizio corrispondente al proprio numero indicato nella tabella (ad esempio: Brosolo, Lazzarin risolvono l'esercizio II.1).

1.2 Consegne

Risolvere i problemi assegnati utilizzando Python e in particolare la libreria sympy. Descrivere, usando le caselle testo Markdown, dettagliatamente le strategie risolutive e le tecniche di risoluzione usate.

Tutto il lavoro deve essere inserito in un unico file in cui indicare in Markdow la coppia, il primo problema risolto la soluzione, il secondo problema risolto la soluzione, il terzo problema risolto la soluzione. Il nome del file prime coppiaN dove N indica il numero della coppia (ad esempio coppia Brosolo Lazzarin indicherà coppia1).

```
# Coppia N: Nome Cognome, Nome Cognome

## Problema m
Dato che ... l'incognita è ...

[ ]:

## Problema r
Dato che ... l'incognita è ...

[ ]:

▼ ## Problema s
Costruita la trasformazione ...

[ ]:
```

Coppia N: Nome Cognome,
Nome Cognome

Problema m

Dato che ... l'incognita è ...

[]:

Problema r

Dato che ... l'incognita è ...

[]:

Problema s

Costruita la trasformazione ...

[]:

Completato il lavoro uno dei due componenti la coppia carica su joaogas.it il lavoro utilizzando le proprie credenziali.

Quesito 1. Ricava la relazione di Mayer⁽¹⁾ $R = C_p - C_V$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

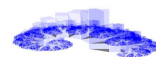
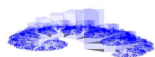
Quesito 2. Dopo aver indicato le ipotesi del modello cinetico dei gas, ricava che l'energia interna dipende dalla temperatura.

.....

.....

.....

¹Julius Robert von Mayer medico e fisico tedesco (Heilbronn 1814 - Heilbronn 1878)



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Problema 1. Una sfera di raggio $R = 10\text{ cm}$ rotola, con velocità angolare $\omega = 20\text{ s}^{-1}$, senza strisciare lungo un piano orizzontale, nell'istante $t = 0$ affronta una salita lungo un piano inclinato (inclinazione $\alpha = \frac{\pi}{6}$), raggiunta la quota di 5 cm , salta cadendo al suolo che si trova 85 cm più in basso. Quando impatta al suolo si arresta. Supponendo che la pallina sia di ferro e che tutta l'energia si trasformi in calore per la pallina, calcola la variazione di temperatura della pallina. ⁽²⁾

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

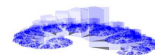
.....

.....

.....

.....

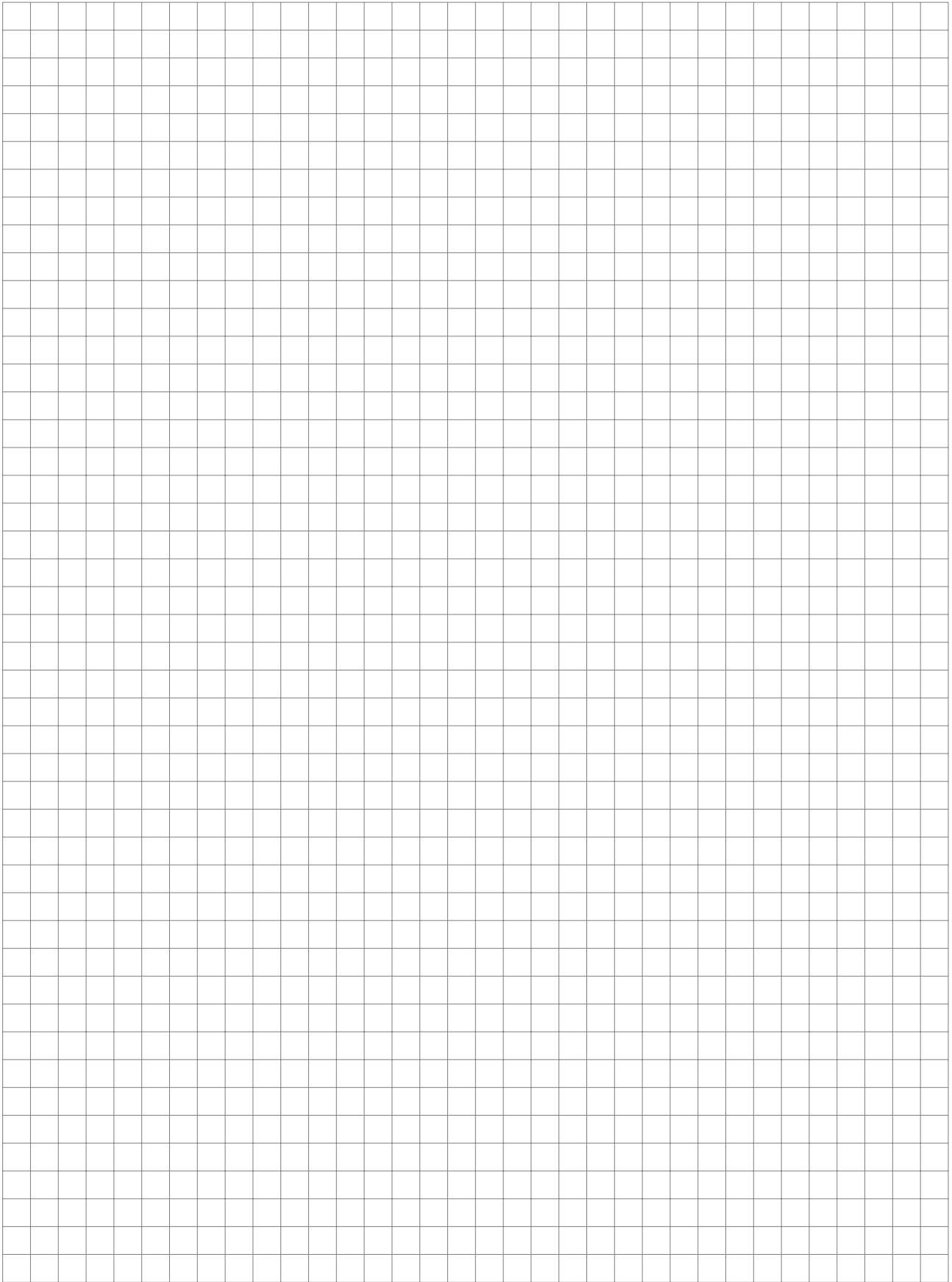
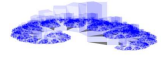
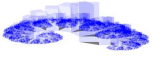
²densità ferro: $\rho_{fe} = 7870\frac{kg}{m^3}$, calore specifico del ferro $c_{fe} = 460\frac{J}{K \cdot kg}$, momento inerzia sfera $I_{cm} = \frac{2}{5}m_{sfera}R_{sfera}^2$

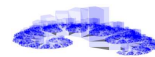
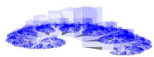


- i) Calcola V_2 ;
- ii) calcola il lavoro compiuto dal gas nella trasformazione $1 \rightarrow 2$.

This image shows a full page of white paper with horizontal dotted lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a guide for handwriting practice. There are no margins, text, or other markings on the page.

- costante universale dei gas $\Rightarrow R = 8.31 \frac{J}{K \cdot mole}$
- costante di Boltzmann $\Rightarrow k = 1.38 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$
- numero di Avogadro $\Rightarrow N_0 = 6.02 \cdot 10^{23}$
- fattore di conversione da cal a $J \Rightarrow 1cal = 4.186J$
- fattore di conversione da $\frac{N}{m^2}$ a $atm \Rightarrow 1 \frac{N}{m^2} = 9.869 \cdot 10^{-6} atm$
- gas monoatomico $\Rightarrow C_p = \frac{5}{2}R$
- gas biatomico $\Rightarrow C_p = \frac{7}{2}R$





Problema 1. Risolvi le seguenti disequazioni in $\mathbb{D}^{(1)}$:

- a) $\frac{1-x^4}{8-x^3} \leq 0$ d) $\log_{\frac{1}{e}}(x+2) - \log_{\frac{1}{e}}(x^2-4) \leq 2$
 b) $\sqrt{x^2-2x} \leq 1-x$ e) $\sin(x) + \sqrt{3}\cos(x) \leq 1$
 c) $9^x - 3 \cdot 3^x - 4 < 0$ f) $\operatorname{tg}^4(x) - \operatorname{tg}^2(x) \leq 0$

Problema 2. Da un punto P esterno ad una circonferenza di centro C , conduci i due segmenti di tangenza PA e PB . Dimostra che il quadrilatero $CAPB$ è inscritto e circoscritto.⁽²⁾

Problema 3. Data l'affinità $\tau : \begin{cases} \underline{x} = -2x + y \\ \underline{y} = -x + y \end{cases}$:

- 1) costruisci τ^{-1} (trasformazione inversa),
- 2) calcola i trasformati $\tau(A)$, $\tau(B)$ e $\tau(C)$, dove $A = (-1, 0)$, $B = (1, 0)$ e $C = (0, -2)$.
- 3) Calcola l'equazione della circonferenza Γ circoscritta al triangolo ABC .
- 4) Calcola l'equazione di $\tau(\Gamma)$.
- 5) Calcola l'equazione della tangente t a Γ .
- 6) Calcola $\tau(t)$, spiega perché $\tau(t)$ è tangente in $\tau(A)$ a $\tau(\Gamma)$.

Problema 4. Sia Γ una semicirconferenza di diametro $AB = 2r$, la corda $AC = r\sqrt{3}$, Determina un punto D sull'arco AC , in modo che si abbia:

$$AD - DC = kr \quad k \in \mathbb{R}^+$$

Discussione

Quesito 1. Dati $z_1 = a_1 + ib_1, z_2 = a_2 + ib_2 \in \mathbb{C}$, dimostra che $z_1 z_2$ realizza nel piano di Gauss una roto-omotetia⁽³⁾.

Quesito 2. Calcola l'incremento (derivata) della funzione $f(x) = \sqrt[3]{x^4} - \frac{3}{x^5}$

Quesito 3. Un dado regolare viene lanciato tre volte.

Considera l'evento $E = \{\text{la somma dei punti ottenuti nei tre lanci è nove}\}$:

- i) calcola la probabilità di E .

Sia $C6 = \{\text{nel primo lancio esce sei}\}$

- ii) calcola $p(C6|E)$.

2 Disequazioni

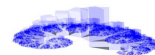
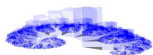
Problema 1. Qui bruttine ma servono per allenamento:

- 1) $|\log_{10}(3x+4) - \log_{10}(7)| < 1$ 3) $\frac{\log|\cos(x)|}{\cos^2(x) - |\cos(x)| + 1} \geq 0$
 2) $\frac{|\log(x)|}{(\log(x)-1)^2} \leq \frac{1}{2}$ 4) $9^{\sin(x)} - 3^{\sin(x)} < 0$
 5) $\log_4 \cos(x) - \log_2 \cos(x) < 0$

¹ $\mathbb{D}$ è lo spazio delle soluzioni che deve essere indicato

²Cioè esiste Γ_1 circonferenza circoscritta e Γ_2 circonferenza inscritta.

³composizione di una rotazione con una omotetia



3 Geometria

Problema 2. Inscritto in una circonferenza un pentagono regolare $ABCDE$, siano M ed N i punti di intersezione della diagonale AC rispettivamente con le diagonali BD e BE . Dimostra che MC è la sezione aurea di AM e che AN è la sezione aurea di MC .

4 Problema con discussione

Problema 3. In triangolo ABC , l'angolo in $\widehat{B}$ è il doppio dell'angolo $\widehat{C}$. Sapendo che $BC = 2$ e che, dette BH e CK le altezze relative ai vertici B e C , si ha che:

$$BH^2 + CK^2 = 4m \quad m \in \mathbb{R}^+$$

Discussione

5 Non solo trasformazioni

Dati i punti $A = (-1, 5)$, $B = (4, 0)$ e $C = (5, 5)$,

- 1) calcola l'equazione della parabola ($\mathcal{P} : y = ax^2 + bx + c$) a cui appartengono i punti A, B, C ;
- 2) calcola l'area del triangolo $\mathcal{T}_{ABC}$;
- 3) costruisci un'affinità τ_0 per cui $\tau_0(\mathcal{T}_{ABC})$, risulti quattro volte l'area di $\mathcal{T}_{ABC}$.

Considera ora la trasformazione:

$$\tau_1 : \begin{cases} \underline{x} = -3x + y \\ \underline{y} = 3x + \frac{1}{3}y \end{cases}$$

- 1) Calcola $\tau_1(\mathcal{P})$;
- 2) calcola l'equazione della trasformata della retta tangente a $\mathcal{P}$ che passa per l'origine;
- 3) verifica che la tangente trasformata è tangente a $\tau_1(\mathcal{P})$.

6 Da non dimenticare

Quesito 1. Disegna nel piano di Gauss: $z_1 = \frac{3-i}{i-1}$, $z_2 = \frac{2-i}{i}$, $z_3 = \frac{i}{i-1}$. Disegna poi $z_1 z_2$, $z_1 z_3$.

Quesito 2. Calcola l'incremento della funzione $x(t) = \sqrt{t^3 - t^2} + t$

Quesito 3. Trovare una formula che fornisca il valore del prodotto:

$$\left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{9}\right) \left(1 - \frac{1}{16}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{(n+2)^2}\right)$$

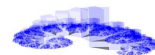
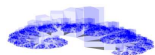
per ogni $n \in \mathbb{N}$ e dimostrarne la validità per induzione.

Quesito 4. Tre commissioni d'esame bocciano in media con la seguente frequenza: la prima il 20% degli studenti, la seconda il 40% degli studenti, la terza il 65% degli studenti. Sapendo che uno studente è stato bocciato, qual è la probabilità che sia stato esaminato dalla terza commissione?

Sapendo che uno studente è stato promosso, qual è la probabilità che sia stato esaminato dalla terza commissione?

Quesito 5. Supponiamo di considerare ovetti di cioccolato con sorprese numerate da 1 a 4. La probabilità di avere una delle 4 sorprese sia $\frac{1}{4}$.

- a) Calcolare la probabilità di trovare almeno una sorpresa 1 comperando 4 ovetti.
- b) Calcolare la probabilità di trovare 3 sorprese diverse comperando 4 ovetti.



- c) Trovare quanti ovetti bisogna comperare per avere una probabilità ≥ 0.9 di trovare almeno una volta la sorsesa 1.

Parte I

Esercizio 1. Un trapezio convesso è inscritto in un cerchio il cui raggio misura r ed ha la base maggiore su un diametro. Determinare gli alti tre lati del trapezio sapendo che il rapporto tra la loro somma e la base maggiore vale k

Esercizio 2. È dato l'angolo retto $X\hat{O}Y$ ed il punto P della sua bisettrice per il quale è $OP = 2$. Condurre per P una trasversale in modo che dette A e B le sue intersezioni con i lati OX e OY , si abbia

$$\frac{1}{PA} + \frac{1}{PB} = k$$

Esercizio 3. È data una semicirconferenza avente il diametro AB di misura $2r$. Si determini il punto C della semicirconferenza in modo che, detta H la sua proiezione ortogonale sul diametro, si abbia

$$2CH + HB = kr$$

Esercizio 4. Nel triangolo ABC l'angolo di vertice B è di 60° . Determinare la misura dell'angolo $A\hat{C}B$ in modo che, detta A_1 la proiezione di A su BC , si abbia:

$$AB + A_1C = \frac{1}{6}k \cdot AC,$$

Esercizio 5. Nel trapezio $ABCD$ gli angoli $\hat{A}$ e $\hat{D}$ sono retti e la diagonale AC forma con il lato obliquo BC un angolo di 30° . Calcolare l'ampiezza x dell'angolo $C\hat{A}B$ in modo che sia soddisfatta la relazione

$$AD + DC = kAB$$

Esercizio 6. Due semirette a e b , aventi la stessa origine O , formano un angolo di 60° : sia A un punto dato sulla semiretta a e B la sua proiezione ortogonale su b .

Nel medesimo piano, esternamente all'angolo convesso $\hat{a}b$ e con l'origine in O , si conduca una terza semiretta c e sia C la proiezione ortogonale del punto A su di essa. Determinare l'angolo $A\hat{O}C = x$ in modo che si abbia:

$$AC^2 + BC^2 = kAB^2$$

I

Esercizio 7. In una circonferenza di raggio r è inscritto il triangolo equilatero ABC . Determinare un punto P sull'arco AB non contenente C , in modo che la differenza fra le aree dei triangoli PCA e PCB sia $\frac{1}{k}$ dell'area di ABC .

Esercizio 8. In una semicirconferenza il cui diametro AB misura $2r$ inscrivere un quadrangolo convesso $ABCD$ in modo che il lato BC misuri r e che il perimetro misuri $2kr$.

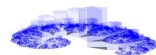
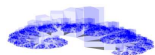
Esercizio 9. È dato il settore circolare AOB avente l'angolo AOB ed il raggio che misurano rispettivamente $\frac{2}{3}\pi$ ed r . Determinare il punto M dell'arco AB in modo che l'area del quadrilatero $OAMB$ sia $\frac{1}{2}kr^2$

Esercizio 10. È data una semicirconferenza il cui diametro AB misura $2r$; si tracci la corda AC di misura $r\sqrt{2}$ e si determini sull'arco BC un punto P per il quale valga la relazione:

$$PA^2 - 2PC^2 = kAB^2,$$

Esercizio 11. Una circonferenza di centro O e raggio r è tangente in A e in B a due rette a e b tra loro perpendicolari e che si incontrano nel punto C . Una retta t condotta da C incontra la circonferenza rispettivamente in D e in E ; determinare la posizione della retta t in modo che, detto H il piede della perpendicolare condotta dal centro O alla retta t , si abbia:

$$OH + CD + CE = 2kr.$$



Esercizio 12. In una circonferenza il cui raggio misura r , si consideri una corda AB avente la distanza dal centro di misura $\frac{1}{2}r$. Nel maggiore degli archi AB determinare un punto P in modo che, detta Q l'intersezione dell'arco considerato con la bisettrice dell'angolo $\widehat{BAP}$, sia $2k$ il rapporto tra il rettangolo di lati AQ e BP ed il rettangolo di lati AP e BQ .

Esercizio 13. I due segmenti consecutivi AB e BC di misura $2r$ sono i diametri di due semicirconferenze γ_1 e γ_2 , situate nel medesimo semipiano rispetto alla retta AC . Con l'origine comune in B si conducano due semirette, che incontrino γ_1 nel punto P e γ_2 nel punto Q e che formino tra loro un angolo di $\frac{\pi}{3}$. Si determini l'angolo $\widehat{ABP}$ in modo che il segmento PQ abbia un rapporto k con il diametro delle semicirconferenze.

Esercizio 14. Nel triangolo equilatero ABC il cui lato misura a , l'altezza relativa a BC è AH ; sulla semiretta HB è dato il punto P in modo che sia $PH = AH$. Si conduca per P una semiretta che incontri i lati AB , AC del triangolo, rispettivamente, in M ed in N . Determinare l'angolo $\widehat{CPN}$, in modo che si abbia:

$$CP - BM = ka$$

Esercizio 15. Nel triangolo ABC l'angolo in B misura $\frac{\pi}{6}$ e quello in C misura x . Determinare il valore di x in modo che, detta H la proiezione ortogonale di A sulla retta BC , si abbia:

$$BC + HC = kAC$$

Esercizio 16. In un cerchio di raggio r è data la corda AB , lato del triangolo equilatero inscritto. Inscrivere nel segmento circolare, che contiene il centro, un triangolo isoscele CDE , con la base CD parallela alla corda AB , in modo che si abbia:

$$2CD + 3EH = 2kr$$

dove H è il piede dell'altezza del triangolo relativa alla base CD

Esercizio 17. È data una semicirconferenza di diametro $AB = 2r$ e la semiretta tangente nel punto B e giacente nel medesimo semipiano della semicirconferenza rispetto alla retta AB . Determinare su questa tangente un punto P in modo che, detta Q l'ulteriore intersezione della retta AP con la semicirconferenza, si abbia:

$$2BQ + 3PQ = kBP$$

Esercizio 18. Nel triangolo acutangolo ABC è $\widehat{HCB} = \frac{\pi}{3}$, essendo H il piede dell'altezza relativa al lato AB . Determinare l'angolo $\widehat{HCA}$ in modo che sia:

$$AC + CB = k\sqrt{3}AB,$$

Esercizio 19. Dato il triangolo equilatero ABC , il cui lato misura ℓ , si determini sul lato BC un punto P in modo che, detta M l'intersezione della semiretta AP con la perpendicolare per B al lato AB , risulti:

$$AB^2 + BM^2 + MC^2 + CA^2 = k\ell^2$$