

Problema 1. Data l'equazione: $\frac{x^2 - a^2}{x - b} = x$ possiamo affermare che:

a) se $x \in \mathbb{R}$ ammette sempre soluzione (*rispondi giustificando*)

b) se $x \in \mathbb{N}$ non ammette soluzioni (*rispondi giustificando*)

Problema 2. Risolvi in a la seguente equazione: $\frac{a^2 - x}{2ax} + \frac{x - a}{2x} = \frac{1}{a}$

Quesito 1. Come è definita la funzione valore assoluto

Problema 3. Considera il seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} ax - by = 5 \\ 2by - ax = 3 \end{cases} \quad (1)$$

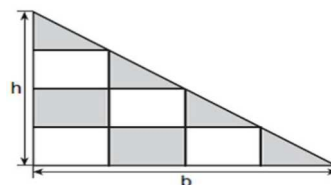
a) ammette unica soluzione $\forall a, b \in \mathbb{R}$? (motiva la risposta)

b) Spiega perché il seguente sistema $\begin{cases} by = 8 \\ 2by - ax = 3 \end{cases}$ è equivalente a (1).

Quesito 2. Come è definita la retta tangente ad una circonferenza?

Problema 4. Sia ABC un triangolo rettangolo di ipotenusa BC , dimostra che la mediana AM è congruente a MC

Problema 5. In un sacchetto che contiene palline rosse e azzurre, le palline rosse sono 2 di più delle azzurre e la probabilità di estrarre 3 palline tutte rosse è $\frac{1}{6}$. Quante sono le palline azzurre?



Quesito 3. Esprimi tramite un monomio in b ed h l'area della regione in grigio (figura 1)

Figura 1

Problema 6. Sia ABC un triangolo scaleno. Prolunga il lato minore AC , dalla parte di A , di un segmento $AD = AB$ e il lato AB , dalla parte di A , di un segmento $AE = AC$. Detto P il punto di intersezione delle rette BC e DE , dimostra che:

a) $BC = DE$;

b) PBD è isoscele;

c) la retta PA interseca CE nel suo punto medio.

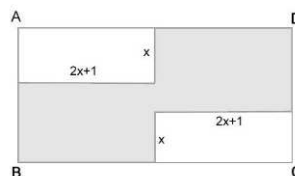
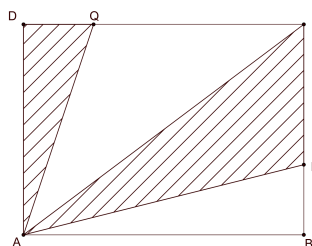


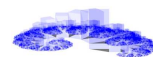
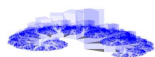
Figura 2

Problema 8. Dati i segmenti $a = 30 \text{ cm}$, $b = 12 \text{ cm}$ e $c = 10 \text{ cm}$, spiega perché non è possibile costruire un triangolo di lati a , b e c .

Spiega se è possibile costruire un triangolo aggiungendo ai tre segmenti a, b, c lo stesso segmento di lunghezza ℓ ?



Problema 9. Dato il rettangolo $ABCD$ di dimensioni $AB = a$ e $BC = b$ in cui $BP = DQ$, determina la posizione di P in modo che l'area della parte tratteggiata sia k volte l'area del rettangolo.



Problema 10. Determine all three-digit numbers N having the property that N is divisible by 11, and $\frac{N}{11}$ is equal to the sum of the squares of the digits of N .

Problema 11. (a) Find all positive integers n for which $2^n - 1$ is divisible by 7.

(b) Prove that there is no positive integer n for which $2^n + 1$ is divisible by 7.

