

1 Geometria ... cose già viste

Problema 1. Dimostra che in un triangolo acutangolo ABC il quadrato costruito sul lato BC è equivalente alla somma dei quadrati costruiti su AB e AC meno il doppio del rettangolo di dimensioni AB e la proiezione di AC su AB .

Problema 2. Siano M ed N i punti medi dei lati AC e CB di un triangolo ABC . Dimostra che $MN \parallel AB$

2 Equazioni di secondo grado

Problema 3. Data l'equazione $x^2 - 2(k-1)x + k = 0$, determina, se esistono, i valori di $k \in \mathbb{R}$ per cui:

- i) $\exists x_1, x_2 \in \mathbb{R} : x_1 \neq x_2$; ii) $x_1 + x_2 = 2$; iii) $\exists x_1, x_2 \in \mathbb{R} : x_1 + x_2 = \frac{3}{2}$.

Quesito 1. Siano x_1 e x_2 le radici reali dell'equazione $tx^2 + (t+1)x + 1 = 0$ dove $t \neq 0$.
Scrivi x_1, x_2 in funzione di t .

3 ... non solo parabole

Problema 4. Sia $\mathcal{P}$ la parabola di equazione $y = tx^2 + (t+1)x + 1$:

- i) dimostra $\forall t \neq 0$ $\mathcal{P}$ incontra l'asse delle ordinate nello stesso punto A di cui ti è chiesto calcolare le coordinate;
ii) ricava t tale che $B \in \mathcal{P}$, dove $B = (-2, 0)$;
iii) ricava i valori di t per cui il vertice di $\mathcal{P}$ appartiene alla retta r di equazione $y = 2x - 1$

4 Geometria ... senza numeri

Problema 5. Sia $ABCD$ un parallelogramma, descrivi i passi della costruzione di un quadrato $A'B'C'D'$ equiesteso al parallelogramma $ABCD$.

Problema 6. Sia ABC un triangolo,

- i) disegna esternamente al triangolo ABC tre quadrati ACC_1A_1 , BAA_2B_2 e CBB_1C_2 ; ⁽¹⁾
ii) dimostra che i triangoli A_2AA_1 , CC_2C_1 , BB_2B_1 sono equivalenti (equiestesi) al triangolo ABC .

5 Non solo geometria, però con i numeri

Problema 7. In un torneo di scacchi i partecipanti si affrontano a due a due in tutti i modi possibili, così che ciascuno giochi, una sola volta, contro ciascun altro. Se vengono disputate 28 partite, quanti sono i giocatori?

Problema 8. È dato un triangolo, con i lati di lunghezza 7, 9, 11. Togliere da ciascun lato un segmento x , in modo da ottenere un triangolo rettangolo.

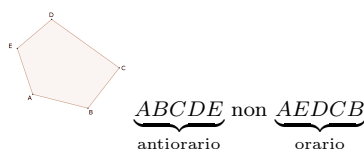
Problema 9. Dato il triangolo equilatero ABC , indica con M il punto medio di BC . Sia $P \in AB$ e $AB = 2$. Quanto deve misurare AP affinché sia: $3 \cdot AP + 3 \cdot PM = 8$

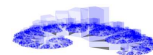
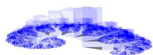
6 E per finire ... python™

Quesito 2. Spiega cosa sono le liste in python.

Quesito 3. Cosa viene scritto compilando queste righe di codice:

¹ricordati che nei poligoni i vertici si indicano in senso antiorario:





```
listanumeri = []  
for k in range(13) :  
    listanumeri.append(k-2)  
listanumeri.append(2025)  
listanumeri[len(listanumeri)-1]
```

7 Spazio vuoto va riempito

7.1 Se avanza tempo e ... comunque per casa

Problema 10. Sia M un punto interno ad un fissato segmento AB . I quadrati $AMCD$ e $MBEF$ sono costruiti nello stesso semipiano individuato dalla retta AB e i segmenti AM e MB sono le rispettive basi. Le circonferenze circoscritte a questi due quadrati, di centri rispettivamente P e Q , si intersecano, oltre che in M , in un altro punto N . Sia N' l'intersezione delle rette AF e BC .

- a) Dimostra che N ed N' coincidono;
- b) dimostra che, al variare di M su AB , le rette MN passano tutte per un punto S .

8 Mateprob

Problema 1. Considera l'equazione $(k-1)x^2 - 2(k-2)x + k + 1 = 0$ $x \in \mathbb{R}$, determina, se esistono, i valori k per cui:

- a) la somma delle radici è $\frac{1}{2}$;
- b) il prodotto delle radici è -3 .

Problema 2. Un gruppo di persone partecipa ad una gita, il costo complessivo è di 1800 €, ogni partecipante contribuisce con la stessa quota.

Pochi giorni prima della partenza si aggiungono alla comitiva cinque persone, questo comporta che la quota di partecipazione dei componenti iniziali diminuisce di 5 €.

Quante persone vanno in gita?

Problema 3. Sia ABC un triangolo rettangolo in A e H la proiezione di A sulla retta BC . Dimostra che i triangoli ABH e AHC sono simili al triangolo ABC .

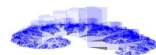
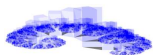
Se $2 \cdot BH = HC$, quanto vale il rapporto $\frac{AC}{AB}$?

Problema 4. Dato un triangolo ABC , dimostra che la distanza AH del vertice A dall'ortocentro H è doppia della distanza OM del circo-centro O dal lato BC .

9 Fisprob

Problema 5. Una massa puntiforme m viene lanciata con una velocità $\vec{v}$ da un punto O distante d m da una barriera alta h m rispetto al piano orizzontale passante per P . Sapendo che i moduli delle componenti di $\vec{v}$ sono uguali ($v_y = v_x$):

- i) ricava che il minimo modulo di $\vec{v}$ che permette a m di superare il muro è $d\sqrt{\frac{g}{d-h}} \frac{m}{s}$.
- ii) Calcola il modulo della velocità di m nel punto di impatto al suolo (che si trova oltre il muro), nel caso in cui $d = 3$ m e $h = 2$ m.



10 Quesiti $\mathcal{M}$ ate

Quesito 1. Per quali valori di $n \in \mathbb{N}$ si ha che:⁽¹⁾

$$4 \binom{n}{4} = 15 \binom{n-2}{3}$$

Quesito 2. Dopo aver dato la definizione di omotetia, costruisci due quadrati omotetici.

11 Quesito $\mathcal{F}$ is

Quesito 3. Spiega come abbiamo ricavato che la velocità di una massa m che scivola senza attrito, lungo un piano inclinato, da una fissata altezza h al suolo è indipendente dall'inclinazione del piano.

Possiamo dire la stessa cosa per il tempo impiegato dalla massa per scivolare lungo il piano?

12 ... un pizzico di python™

Quesito 4. Se cg è una lista, cosa esegue su cg il seguente programmino?

```
min = len(cg)
h = min-1
for k in range(0,min-1):
    rNum = random.randint(0,h)
    appC = cg[h]
    cg[h] = cg[rNum]
    cg[rNum] = appC
    h -=1
```

13 Se avanza tempo e ... comunque per casa

Problema 6. Sia ϕ il rapporto aureo⁽²⁾, dimostra che $\phi^3 = 2\phi + 1$. Sapresti ricavare in funzione di ϕ , ϕ^n ?

¹ricordati che: $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

²ricordati che ϕ si ottiene risolvendo l'equazione $x^2 - x - 1 = 0$