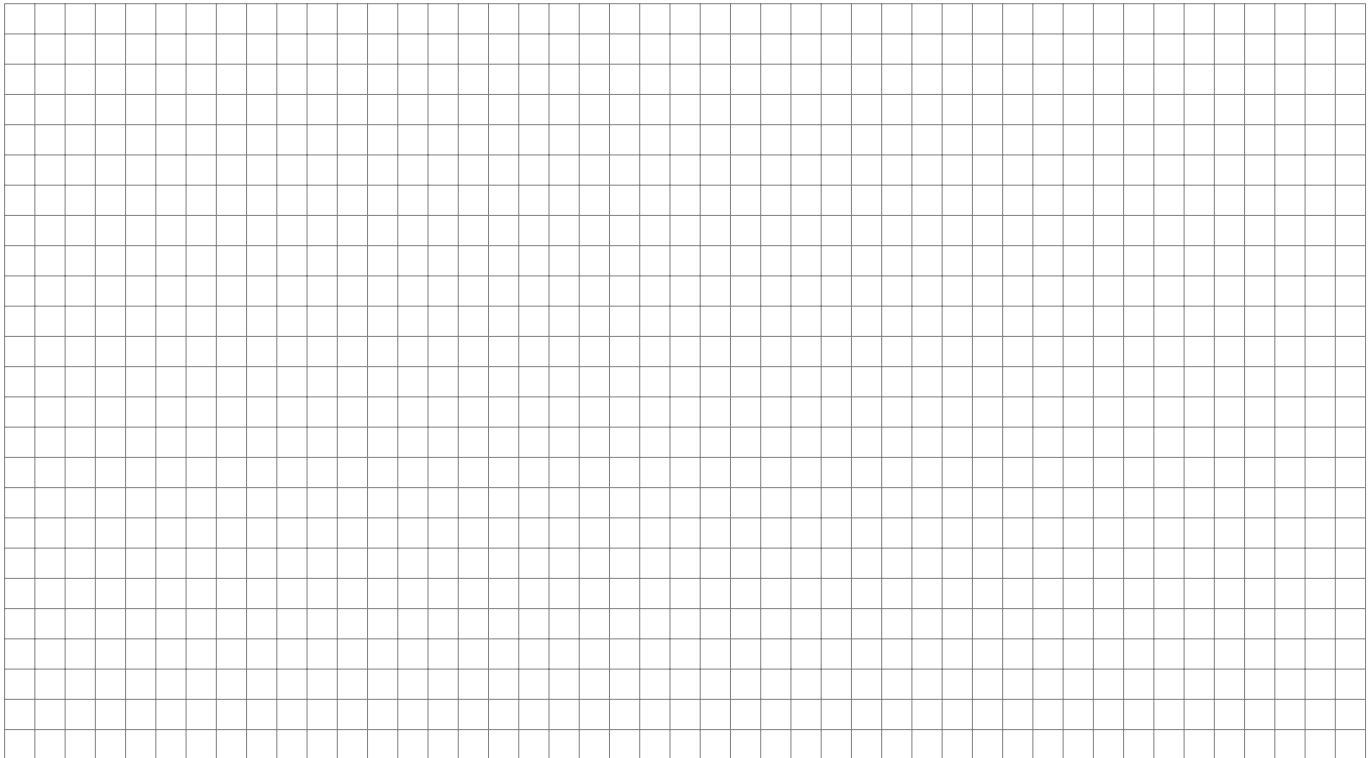
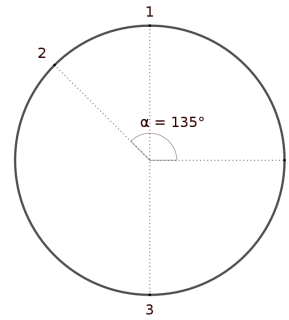


**Problema 1.** Una particella di massa  $m = 10\text{ g}$  si muove, descrivendo una traiettoria circolare (circonferenza di raggio  $R = 5\text{ cm}$ ), con una velocità  $\vec{v}$  il cui modulo  $|\vec{v}| = 2\frac{\text{cm}}{\text{s}}$ .

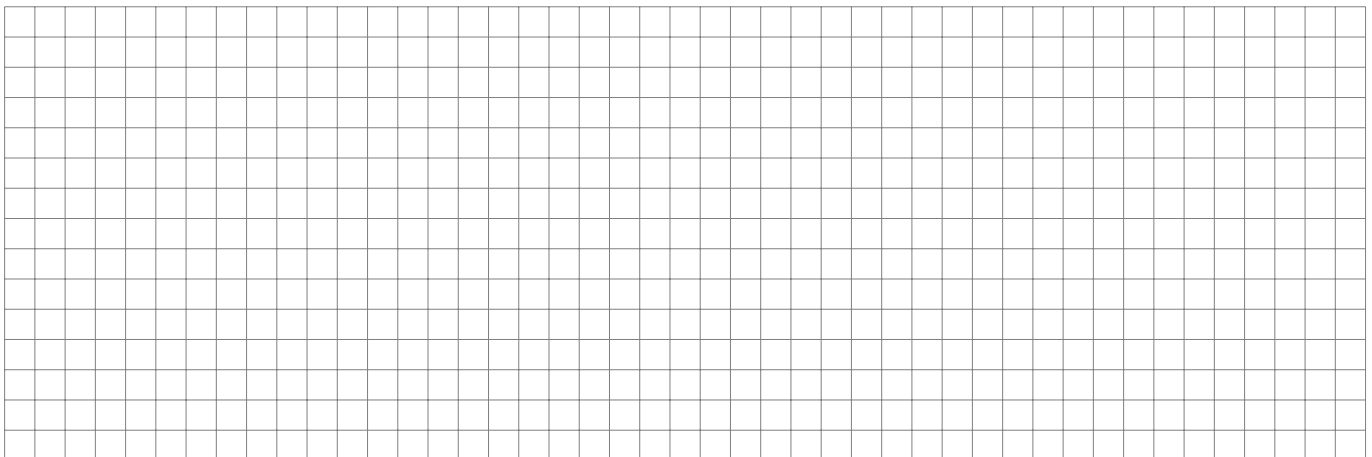
- 1) Calcola l'energia della particella  $m$  nelle posizioni 0, 1, 2 e 3;
- 2) calcola la forza  $\vec{F}$  applicata ad  $m$  nella posizione 3 (utilizza la scrittura  $\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j}$ ).<sup>(a)</sup>

<sup>a</sup>la particella si muove su un piano orizzontale e quindi non è soggetta a gravità.

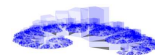
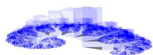


**Quesito 1.** Una massa  $m$ , inizialmente in quiete, viene accelerata da una forza costante  $\vec{F}$ , se si muove su una traiettoria rettilinea, calcola la legge oraria del moto.

Se  $\vec{F}$  si mantiene costante in modulo ma varia in direzione e verso, quale potrebbe essere la traiettoria di  $m$ . Motiva le risposte.

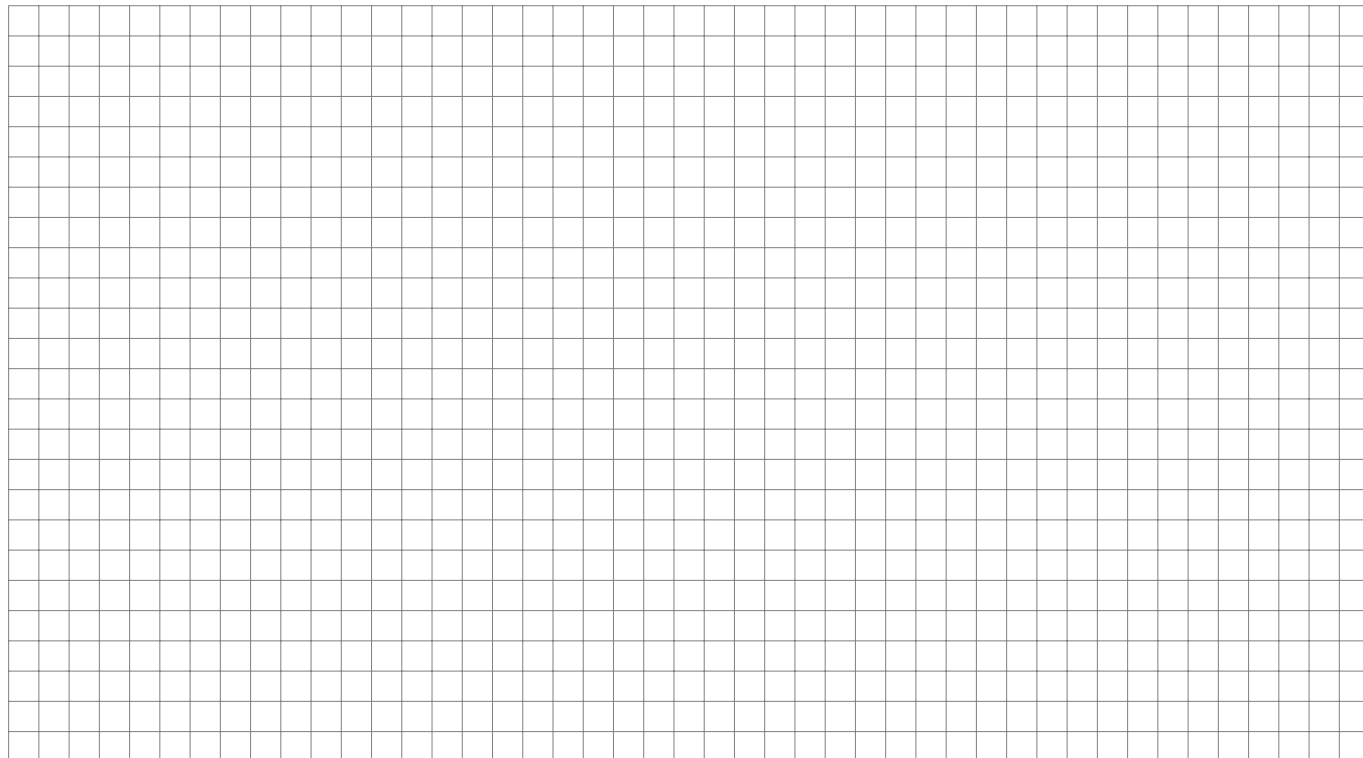


**Problema 2.** Un carrello di massa  $M$  trasporta 100 palline di naftalina di massa totale  $M$ . Il carrello inizial-



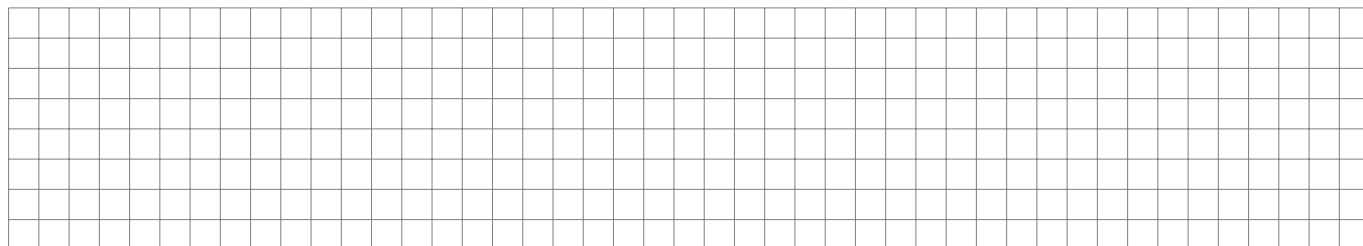
mente si muove di moto rettilineo uniforme con velocità di modulo  $v$ . Nell'istante  $t_0 = 0$  le palline di naftalina iniziano a sublimare<sup>(1)</sup>, supponiamo che ogni  $T$  secondi una pallina sublimi.

- 1) Calcola la velocità del carrello dopo  $2T$  secondi;
- 2) calcola la velocità del carrello quando tutta la naftalina è sublimata



**Quesito 2.** Abbiamo ricavato che il lavoro  $W$  necessario per sollevare una massa  $m$  dal suolo ad una altezza  $h$  è pari a  $W = mgh$ .

- a) Spiega perché  $W$  non dipende dal percorso.
- b) Come deve essere sollevata la massa affinché il lavoro sia esattamente quello indicato?



**Problema 3.** Un corpo di massa  $m$  viene “mooolto lentamente” (vedi quesito 2 b) trainato lungo una dorsale di una collina (Fig.1 ) da una forza  $\vec{F}$  che in ogni punto è diretta lungo la tangente alla traiettoria. Calcola il lavoro compiuto dalla forza, nell'ipotesi che l'altezza della collina sia  $h$ , la lunghezza della sua base sia  $\ell$  e il coefficiente di attrito  $k$ .

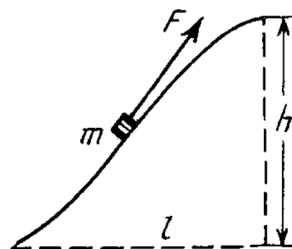
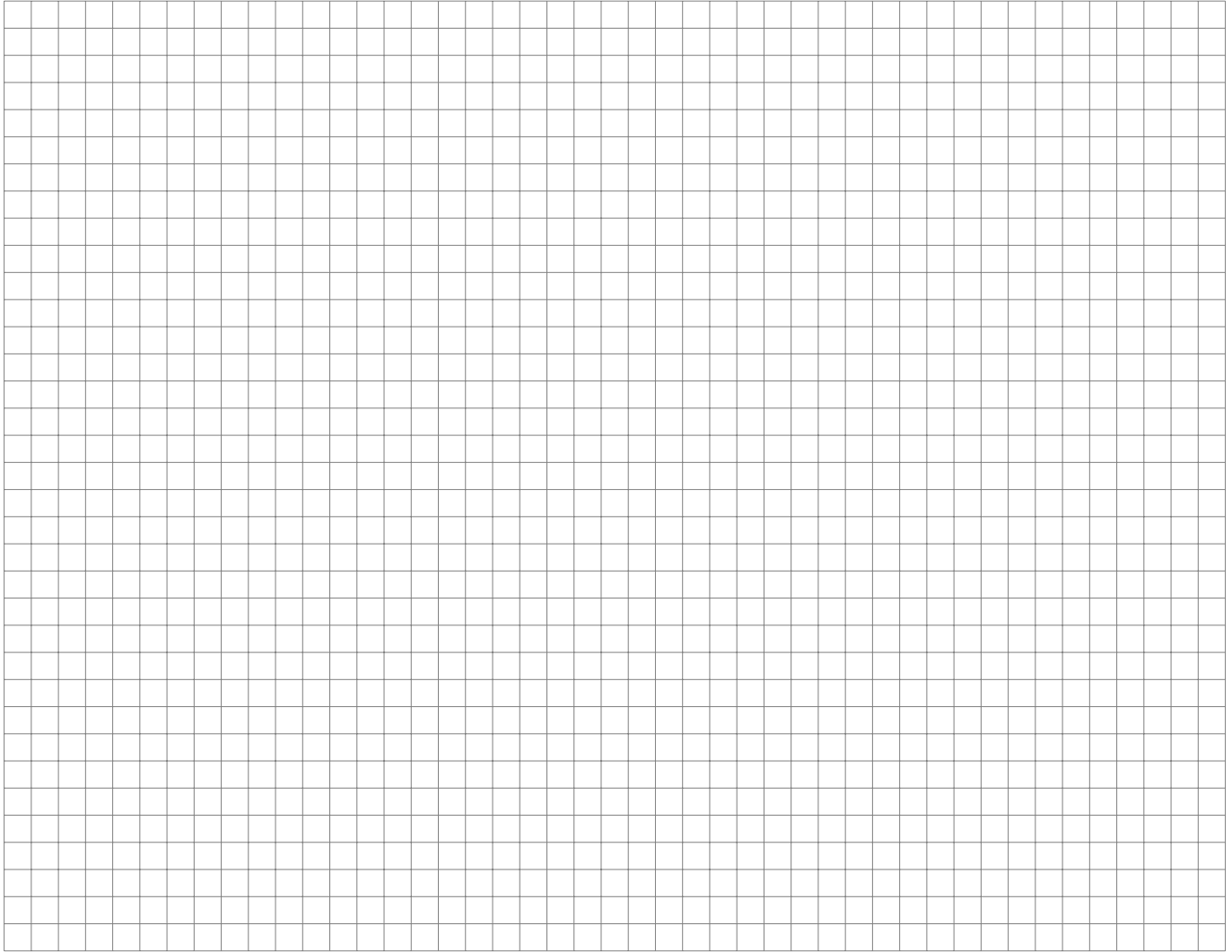
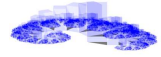
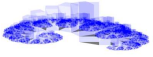


Figura 1

<sup>1</sup>sublimazione passaggio da stato solido ad aeriforme



**Problema 4.** Una massa  $m$  si trova su un piano inclinato (vedi figura 2), che forma con il suolo un angolo  $\alpha$ .  $m$  viene lanciata da una altezza  $h$  con velocità in modulo  $v$  ed una inclinazione  $\vartheta$ . Ricava la legge oraria del moto e la sua traiettoria.

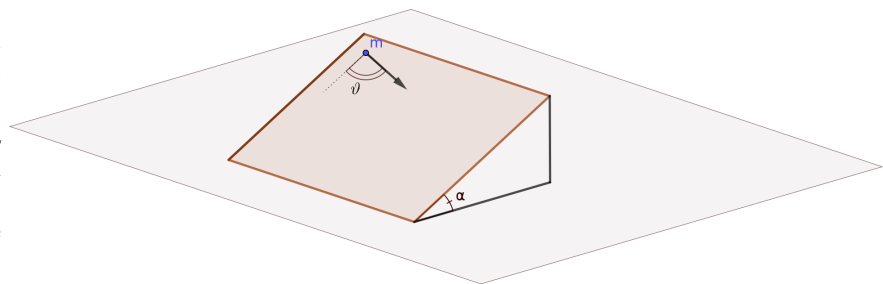
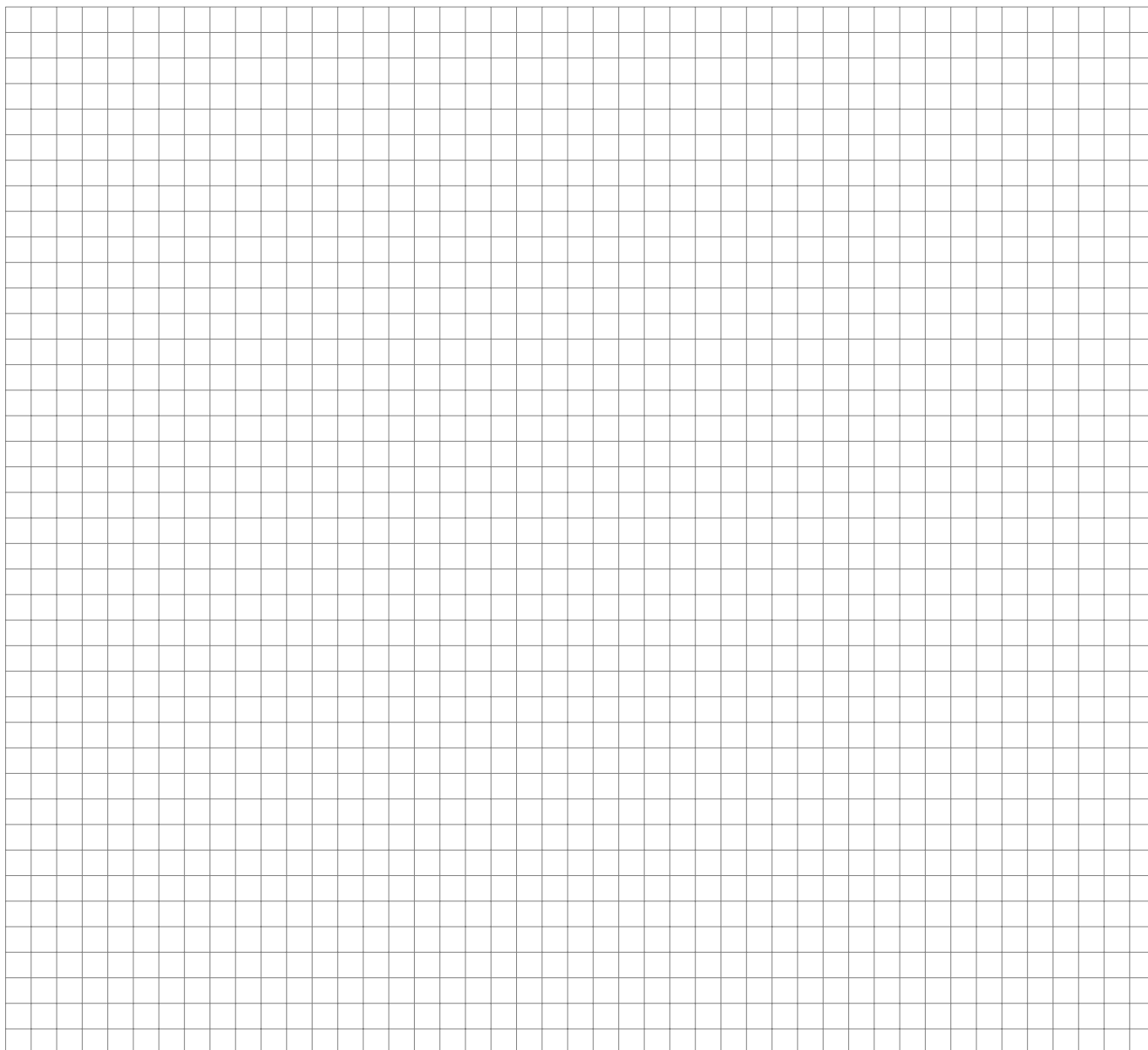
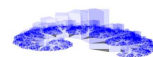
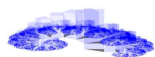


Figura 2

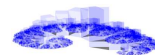
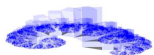


**Problema 1.** Risolvi in  $\mathbb{R}$ :

$$1) \frac{x^3 - x^2}{x^4 + x^2 + 1} \geq 0; \quad 2) \frac{x^3 + x^2}{3} + \frac{x^2}{x + 3} < x^3 - \frac{x^2}{3x + 9}; \quad 3) \frac{\sqrt{x^2 - 3x - 4}}{x^2 - 1} \leq 1.$$

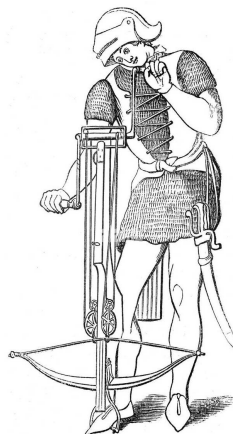
**Problema 2.** Dati i punti  $A = (-3, 0)$  e  $B = (1, 0)$  calcola l'equazione delle parabole con asse parallelo all'asse delle ordinate che intersecano l'asse  $y$  in un punto la cui distanza da  $A$  è  $3\sqrt{2}$ .

Sia  $\mathcal{P}_1$  la parabola con la concavità rivolta verso il basso, calcola l'equazione della circonferenza che passa per  $A$  per l'origine  $O = (0, 0)$  e per il punto di intersezione della parabola con l'asse delle ordinate.



**Problema 3.** Il balestriere Guglielmo scaglia le frecce della sua balestra verso un bersaglio posto a  $36\text{ m}$  e situato ad una altezza di  $2.5\text{ m}$ . Sapendo che colpisce il centro 30 volte su 50 tiri, calcola la probabilità che in 10 lanci Guglielmo colpisca il centro ben 9 volte.

Guglielmo scaglia, ora, le sue frecce fino a quando colpisce il centro, qual è la probabilità che si fermi al quinto tiro?



**Problema 4.** In un triangolo rettangolo con i cateti di  $\sqrt{5}\text{ cm}$  e  $2\sqrt{5}\text{ cm}$  inscrivere un rettangolo con un lato sull'ipotenusa la cui diagonale misura  $2\text{ cm}$ . Calcola le dimensioni del rettangolo inscritto.

**Problema 5.** Data la circonferenza  $\Gamma$  ed il punto  $P \notin \Gamma$ , conduci per  $P$  una retta  $r$  che interseca  $\Gamma$  in  $A$  e  $B$ , dimostra che il rettangolo di dimensioni  $PA$  e  $PB$  ha area che non dipende dalla scelta di  $r$ .

**Quesito 1.** Enuncia e dimostra il teorema della secante e della tangente

**Quesito 2.** Ricava che nella parabola di equazione  $y = ax^2 + bx + c$  il coefficiente angolare della tangente nel suo punto di ascissa  $x_0$  è  $m = 2ax_0 + b$ .

**Problema 6.** Dato il rettangolo  $\mathcal{R}$ , costruisci il rettangolo  $\mathcal{R}'$  simmetrico di  $\mathcal{R}$  rispetto alla retta che contiene una sua diagonale. Dimostra che  $\mathcal{R} \cap \mathcal{R}'$  è un rombo.

Se le dimensioni di  $\mathcal{R}$  sono 24 e 45, calcola l'area del rombo.

**Quesito 3.** Spiega come è stata ricavata la seguente formula:

$$\sum_{k=0}^n x^k = \frac{1 - x^{n+1}}{1 - x} \quad (1)$$

**Problema 7.** Utilizzando la formula 1 spiega perché

$$0.20252025\overline{9} = 0.20252026$$



**Quesito 4.** Riprendendo la seconda parte del problema 3, calcola la probabilità che Guglielmo prima o poi colpisca il bersaglio.

**Problema 8.** Chi si ricorda la TaxiGeometria, non ha difficoltà a disegnare una TaxiCirconferenza di centro  $C = (2, -3)$  e raggio 3<sup>(a)</sup>. E, quindi poi, sicuramente potrà costruire il luogo dei punti  $P$  la cui somma delle distanze da  $C$  e da  $D = (2, 3)$  è  $3CD$ .<sup>(b)</sup>

Che luogo potrebbe essere quello in figura 3?<sup>(c)</sup>

<sup>a</sup>Prima richiesta: disegna la TaxiCirconferenza

<sup>b</sup>Seconda richiesta: disegna il TaxiLuogo

<sup>c</sup>Terza richiesta: descrivi il TaxiLuogo

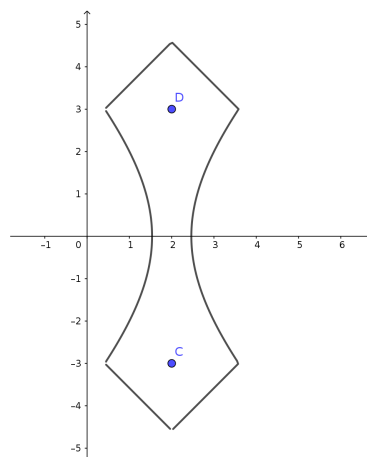
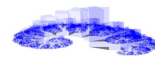
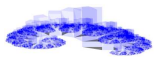


Figura 3



**Problema 9.** Che luoghi sono rappresentati da queste righe di codice?

```
Ax = -2
Ay = 0
Bx = 2
By = 0
k = 1
x,y = symbols('x,y', real = True)
p = plot_implicit((((x-Ax)**2+(y-Ay)**2)*((x-Bx)**2+(y-By)**2))-k**2,(x, -6, 6),
                  (y, -6, 6), show=False, size=(5,5))

for j in range(20) :
    k += 1
    p1 = plot_implicit((((x-Ax)**2+(y-Ay)**2)*((x-Bx)**2+(y-By)**2))-k**2,(x, -6, 6),
                      (y, -6, 6), show=False, size=(5,5))
    p.append(p1[0])
p.show()
```

**Problema 10.** Three positive integers  $a, b, c$  satisfy

$$4^a \cdot 5^b \cdot 6^c = 8^8 \cdot 9^9 \cdot 10^{10}$$

Determine the sum of  $a + b + c$ . (<http://comc.math.ca/2017/practice.html>)