

Problema 1. Nel riferimento cartesiano ortonormale xOy sono date le curve di equazione: $h(x) = \frac{4}{\sqrt[4]{e^5}} (x^3 - 6x^2 + 11x - 6)$ ed $f(x) = (x^2 - 5x + 6)e^{-x}$, i cui grafici sono rappresentati in figura ??

- associa, motivando con cura, il grafico all'equazione;
- esegui lo studio completo di $f(x)$;
- verifica che le due curve si incontrano nei punti di ascissa $x = 2$, $x = 3$, $x = \frac{5}{4}$
- calcola l'area delle regioni finite di piano delimitate dalle due curve.

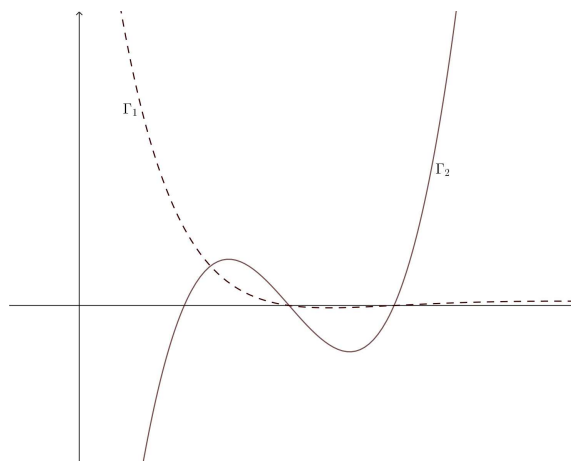


Figura 1

Quesito 1. Indica se le seguenti proposizioni sono vere o false, per quelle non vere, proponi opportuni controesempi.

- | | |
|--|---|
| i) $\int_a^b f(x)dx = 0 \Leftrightarrow a = b$ | iv) $\int_a^b f(x)dx \geq 0 \Leftrightarrow f(x) \geq 0 \quad \forall x \in [a, b]$ |
| ii) $\int_a^b f(x)dx = 0 \Rightarrow a = b$ | v) $\int_a^b f(x)dx \geq 0 \Leftarrow f(x) \geq 0 \quad \forall x \in [a, b]$ |
| iii) $\int_a^b f(x)dx = 0 \Leftrightarrow a = b$ | vi) $\int_a^b f(x)dx \geq 0 \Rightarrow f(x) \geq 0 \quad \forall x \in [a, b]$ |

Quesito 2. Tra i cilindri inscritti in una sfera unitaria, determinare quello di superficie laterale massima.

Quesito 3. Sia $f(x)$ continua su $[d, e]$ detti $a, b, c \in [d, e]$ ricava che $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx - \int_b^c f(x)dx$

Quesito 4. Data la funzione $f : [-\pi, \pi] \rightarrow [0, 1]$ tale che $f(x) = |\sin(x)|$ calcola, se esiste, $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)dx$

Quesito 5. Calcola la derivata prima della funzione

$$H(x) = \int_{x^2}^{x^3} \frac{t^2}{t^3 + 1} dt$$