

1 $\mathcal{M}ate^{\mathcal{M}ate}$ obbligatorio

1.1 Disequazioni

Problema 1. a) $\frac{x^2 - x}{x^4 - x^2 + 1} \leq 0;$

c) $\cos(x) - \sqrt{3}\sin(x) > \sqrt{3};$

b) $\log_2(x - 3) + \log_2(x + 3) \geq 1;$

d) $2^{6x} - 3 \cdot 2^{3x} - 4 \leq 0;$

Quesito 1. Determina per ciascuno dei seguenti polinomi l'insieme dei numeri complessi z per i quali il polinomio ha valore reale

a) $z^4 + iz^2.$

b) $\frac{z}{z+i};$

c) $z + \frac{1}{z}.$

Quesito 2. Considera la parabola di equazione $y = 4 - x^2$, determina le equazioni delle rette tangenti alla parabola nel punto di ascissa 2 e nel suo simmetrico rispetto all'asse di simmetria della parabola.

Quesito 3. Lanciando una coppia di dadi cinque volte qual è la probabilità che si ottenga un punteggio totale maggiore di sette almeno due volte?

2 $\mathcal{F}is^{\mathcal{F}is}$ obbligatorio

Problema 2. Una massa m , che si muove su un piano liscio orizzontale, è soggetta ad una forza costante per t s ⁽¹⁾, al termine dell'accelerazione sale lungo un piano inclinato (inclinazione $\alpha = \frac{\pi}{4}$). Calcola:

1) il lavoro svolto dalla forza;

2) a che altezza si ferma la massa (piano liscio)

3) a che altezza si ferma la massa (piano scabro coefficiente di attrito μ)

Quesito 4. Un oggetto viene lanciato verso l'alto; supponendo che $h(t) = 40t - 2t^2$ sia la legge oraria del suo moto espressa in metri, determina la funzione velocità e la quota massima raggiunta dall'oggetto.

Problema 3. n moli di gas perfetto, alla pressione p_1 e temperatura T_1 , sono compresse isotermicamente fino a raggiungere la pressione p_2 . Determina la quantità di calore scambiata nella trasformazione.

3 Di tutto un po': a scelta almeno 3 problemi

Problema 4. Disegna il grafico probabile della seguente funzione:

a) $f(x) = \log(e^{2x} + 1)$

Problema 5. Una pallina viene depositata su di un disco in quiete. La pallina si muove a velocità costante $\vec{v}$. Calcola la velocità angolare del sistema disco pallina dopo che la pallina è stata depositata. Se la pallina è di naftalina (^a) e quindi sublima rapidamente, calcola dopo la sublimazione la velocità angolare del disco.

massa pallina

m

massa disco

M

raggio disco

R

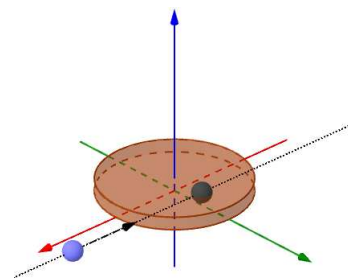
momento di inerzia disco

MR^2

distanza punto di appoggio massa con asse di rotazione

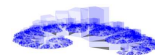
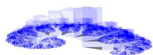
$\frac{2}{r}$

^a $C_{10}H_8$



Problema 6. Un trapezio rettangolo è circoscritto ad un cerchio di raggio R . Determina le basi del trapezio sapendo che il perimetro di questo misura $9R$.

¹s indica secondi



Problema 7. Dato un quadrilatero convesso $ABCD$, si conducano due rette parallele alla diagonale AC : l'una taglia il lato AB in M ed il lato BC in N ; l'altra taglia il lato CD in P ed il lato AD in Q . Dimostra che le due rette MQ ed NP (se non sono parallele) si incontrano in un punto della retta BD .

Problema 8. Calcola, in geometria Taxi, la lunghezza della curva in figura 1. Scrivi l'equazione della curva.

$$r_2 = \sqrt{1 + \sqrt{1}}$$

Problema 9. Sia r_n la successione così definita:

$$r_3 = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1}}}$$

...

$$r_n = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots}}}$$

Dimostra che $\forall n \geq 2$ si ha che $r_n \notin \mathbb{Q}$

Problema 10. Un esame del sangue riconosce una certa malattia nel 99 % dei casi quando essa è in atto. Tuttavia, l'esame fornisce un falso positivo (esito positivo quando la malattia non è in atto) nel 2 % dei pazienti. Supponiamo che 0.5 % della popolazione abbia la malattia. Quale è la probabilità che una persona scelta a caso abbia effettivamente la malattia se il test è positivo?

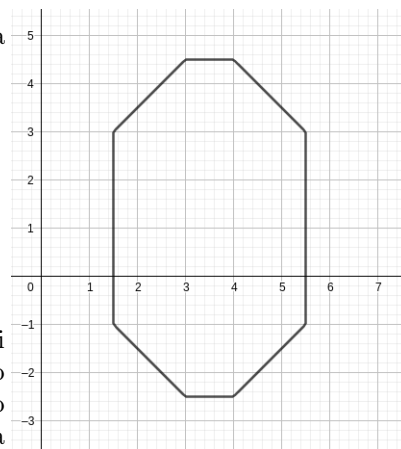


Figura 1