Incontro IV

Giovedì 10 ottobre

18 Attività a piccoli gruppi

Analizzare i seguenti problemi e poi risolverli:

Problema 24. Il gioco del franc-carreau: si lancia uno scudo (moneta circolare) su un pavimento (ricoperto di piastrelle quadrate) i giocatori scommettono sul punto di caduta dello scudo: cadrà su una sola piastrella, su uno dei bordi, oppure su due , tre o quattro bordi?

Stimare, eseguendo molti lanci la probabilità dei diversi eventi.

Problema 25. Una massa m è soggetta ad una forza $\vec{F}$, ha modulo proporzionale alla distanza tra m ed O, ha come direzione quella della retta congiungente la massa con il fissato punto O, ha verso quello dalla massa al punto O (m si muove su un piano Oxy).

Costruisci la traiettoria del moto di m.

Problema 26. Spirale di Ulam: fu scoperta dal matematico Stanislaw Ulam nel 1963, mentre, sovrappensiero, scarabocchiava su di un foglietto di carta durante un meeting.

Ulam,([3]) annoiato dal convegno, disegnò una griglia di numeri, mettendo l'uno al centro e tutti i seguenti disposti a spirale. (1 poi a destra 2, poi sopra 2 il 3, poi a sinistra di 3 il 4, poi sotto il 4 il 5, poi a destra del 5 il 6 e avanti così). Indica con un punto blu i numeri non primi (1,4,6, . . .) con un punto rosso i numeri primi (2,3,5,7, . . .).

Problema 27. Considera la funzione $f(x) = x^2 + c$, per ogni valore di $c \in \left[-\frac{1}{4}, 2\right]$ (asse x) riporta, sull'asse y, i valori ottenuti iterando la funzione f, cioè, calcolando: $f(0)$, $f(f(0))$, $f(f(f(0)))$. ([4])

Problema 28. Dato un segmento di lunghezza ℓ lo si divida in tre parti, stimare la probabilità che con i tre pezzi ottenuti si possa costruire un triangolo.

Costruire, poi, una rappresentazione grafica.

Problema 29. Data una sequenza di n cifre 1 e 0 posizionate in modo casuale. ([5])

Stimare la probabilità che siano presenti $m < n$ zeri consecutivi.

Costruire, fissato n un grafico m (asse x) probabilità di m-zeri (asse y).

Problema 30. Siano a e b due interi relativi ($a, b \in \mathbb{Z}$), definiamo $q(a, b)$ il numero $a^2 - ab + b^2$. Un intero n è definito numero di Eisenstein se esistono a e b tali che n può essere scritto nella forma $n = q(a, b)$.

Riporta, in un grafico, gli (a, b) dei numeri di Eisenstein x tali che x è numero primo([6]).

Problema 31. Siano $z = (x, y)$ e $c = (a, b)$, delle coppie per cui è definita la somma $z + c = (x + a, y + b)$ e il quadrato : $z^2 = (x^2 - y^2, 2xy)$.

Esegui come nel problema 27 delle iterazioni $z \leftarrow z^2 + c$, per ogni punto z tale che: $x \in [-0.25, 2.0]$, e $y \in [-2.0, 2.0]$, e c fissato. Se, per un dato z, dopo un certo numero di iterazioni (ad esempio 100) $x^2 + y^2 < 4$ la z di partenza si colora di rosso (o altro colore a vostro gusto), altrimenti non si disegna il punto.

Disegnare gli $(x, y) \in [-0.25, 2.0] \times [-2.0, 2.0]$ per i seguenti valori di c:

$$c = \Big(\underbrace{-1.0}_{a}, \underbrace{0.0}_{b}\Big);\ c = \Big(\underbrace{0.3}_{a}, \underbrace{0.4}_{b}\Big);\ c = \Big(\underbrace{-0.1}_{a}, \underbrace{0.8}_{b}\Big);\ c = \Big(\underbrace{-0.360284}_{a}, \underbrace{0.100376}_{b}\Big).$$

[3]Stan Ulam ha risolto il problema di come attivare la fusione nella bomba all'idrogeno. Ha anche ideato il "metodo Monte-Carlo" ampiamente usato per risolvere problemi matematici usando il campionamento statistico.

[4]esempio: c=1

$$\begin{aligned} &f(0) = 1 \\ &f(f(0)) = f(1) = 2 \\ &f(f(f(0))) = f(2) = 5 \\ &f(f(f(f(0)))) = f(5) = 26 \\ &\dots \end{aligned}$$

[5]ad esempio: 00101110001010

[6]I numeri di Eisenstein sono stati studiati dal matematico tedesco Gotthold Eisenstein (1823-1852)