le soluzioni

Proposta di soluzione

a cura di joao

1 Ogni tanto è meglio cambiar strada

Per andare a scuola Luca ha la possibilità di percorrere cinque strade tutte di uguale lunghezza. Egli decide di percorrere tra andata e ritorno una coppia di percorsi diversa ogni giorno. Di quanti giorni avrà bisogno per completare tutte le possibili coppie di percorsi?

Ogni andata ammette 4 possibili ritorni, quindi $5 \cdot 4 = 20$

2 Luca smemorato

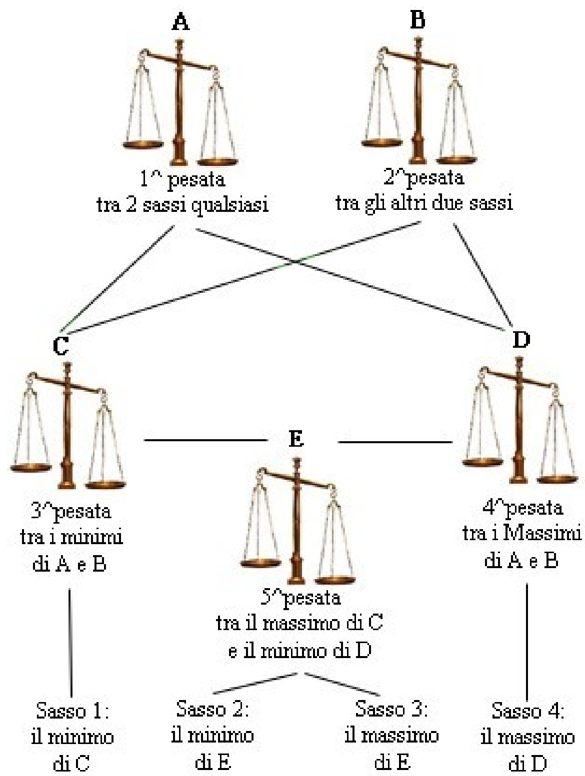
Per accedere al suo account Luca deve digitare una password composta da 8 numeri. Sfortunatamente se ne ricorda solo 7, precisamente 1, 3, 7, 15, 63, 127, 255. Sapendo che i numeri sono legati da una relazione matematica, determina il numero mancante.

$1 \cdot 2+1=3 \quad 3 \cdot 2+1=7 \quad 7 \cdot 2+1=15 \quad \ldots \quad 15 \cdot 2+1=31 \quad \ldots$

3 Balance without numbers

I have 4 stones. Each stone has a different weight. You have to decide the increasing order of their weight by using only the balance you can see in the picture. How many times do you have to use it at least?

A balance without numbers.*(by Nadiye Baser) Lo scopo è trovare un metodo che, con il numero minimo possibile di pesate, dia con certezza l'ordine di peso dei 4* sassi. *Ecco lo schema risolutivo:*



4 La “mini tombola”

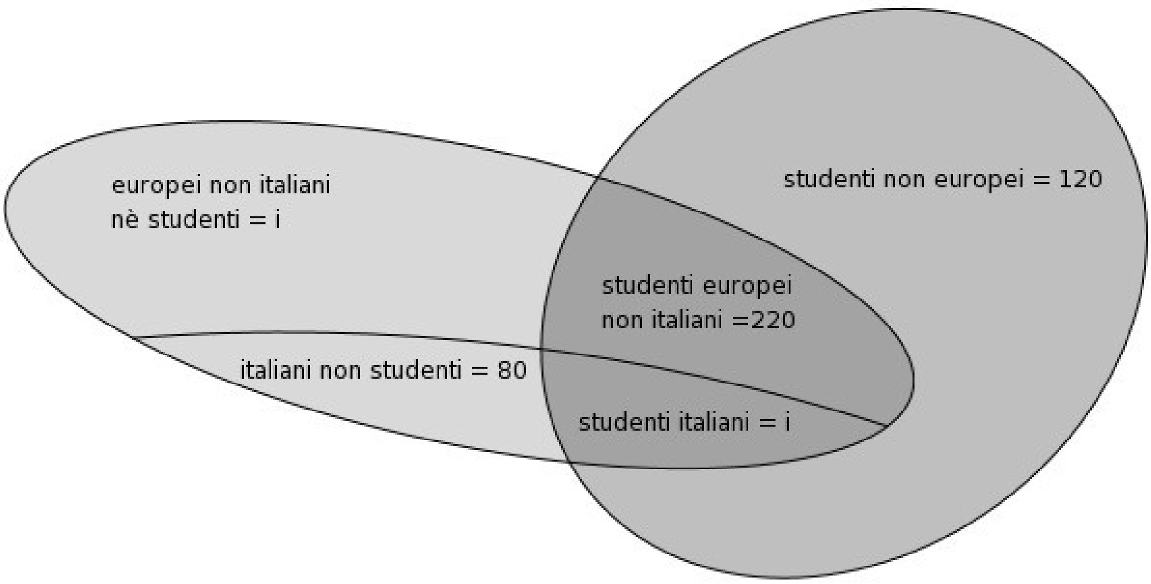
Un gruppo di ragazzi decide di giocare ad una “mini tombola” usando solo i primi 9 numeri. La vincita (in caramelle) tra una quaterna ed una cinquina viene data in maniera inversamente proporzionale al numero possibile di gruppi da 4 o 5 che si possono formare usando tutti i numeri. Due gruppi sono considerati diversi anche se i numeri sono gli stessi ma cambia l'ordine secondo il quale sono disposti nella quaterna o nella cinquina. A quale raggruppamento verrà data la vincita maggiore?
Indicare come risposta il numero di raggruppamenti minore.

I “gruppi” che si possono formare con 9 numeri si può calcola con questo semplice ragionamento: caso 5 (cinquine) il primo numero lo posso scegliere fra 9 numeri, per ognuna di queste scelte ho 8 numeri per la seconda posizione, 7 per la terza, ..., 5 per la quinta, ottengo così $9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5=15120$ *nel caso 4 ottengo* $9\cdot 8\cdot 7\cdot 6=3024$

5 La riunione europea

In una sala sono presenti 620 persone, ciascuna delle quali ha almeno una delle seguenti caratteristiche: essere europei o essere studenti. Si sa che gli studenti non europei sono 120, che gli italiani non studenti sono 80, che gli studenti europei non italiani sono 220 e che gli europei non italiani né studenti sono tanti quanti gli studenti italiani.
Quanti italiani sono presenti in tutto?

$620=2i+80+220+120$; $i=100$ *e quindi gli italiani sono 180*



6 Girovagare fa ... pensare 1

Luca girovagando per la scuola trova scritto su una lavagna: $2^8\cdot 3^{11}\cdot 5^6=n\cdot 5^4\cdot 6^8$.
Si siede e pensa, dopo un po' scrive sulla lavagna il valore di n.
Che numero scrive Luca?

$$n=\frac{2^8\cdot 3^{11}\cdot 5^6}{5^4\cdot 6^8}=\frac{2^8\cdot 3^{11}\cdot 5^6}{5^4\cdot 3^8\cdot 2^8}=2^{8-8}\cdot 3^{11-8}\cdot 5^{6-4}=3^3\cdot 5^2=675$$

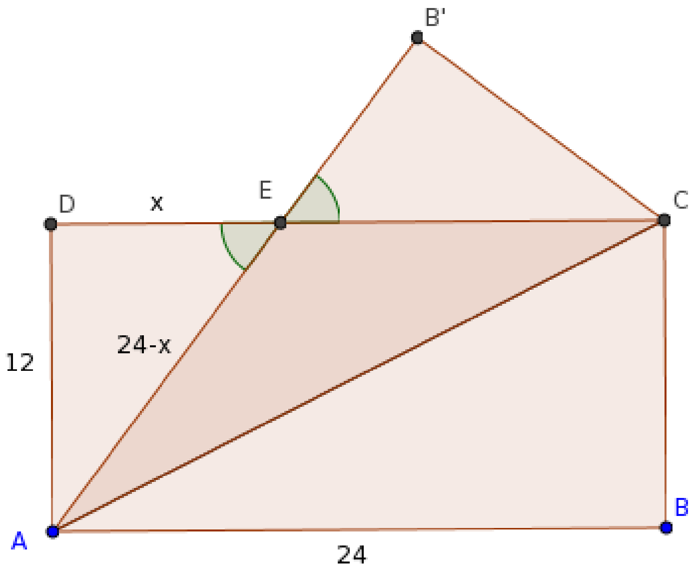
7 Che complicato incontrarsi!

Due amici abitano in uno stesso viale, ma da parti opposte. Dovendo incontrarsi escono di casa allo stesso istante. Trascorso un certo tempo, il primo ragazzo ha percorso i 2/5 della strada e il secondo i 3/7 e la loro distanza è di 600 m. Quanto è lungo il viale in metri?

Detta l la lunghezza del viale si ha: $\frac{2}{5}l+\frac{3}{7}l+600=l$ *da cui l=3500*

8 Origami ?

Dato un foglio rettangolare di lati 24 cm e 12 cm, determinare l'area del triangolo che risulta dalla sovrapposizione dei due lembi che si ottengono piegando il foglio lungo una diagonale.



I triangoli AED e ECB' sono congruenti, entrambi retti ed hanno gli angoli $C\hat{E}B'=A\hat{E}D$ *, quindi DE=EB'. Applicando Pitagora al triangolo DEA si ottiene:* $12^2+x^2=(24-x)^2$ *x=9 l'area richiesta si ottiene da*
$\frac{12\cdot 24}{2}-\frac{9\cdot 12}{2}=90$

9 Area “nascosta”

Un rettangolo è diviso in 4 rettangoli, le cui misure sono numeri interi. Le aree di tre sono rispettivamente: 84, 36, 24. trovare l'area del quarto rettangolo

36	84
24	?

Dato che le misure dei lati sono numeri interi, conviene scomporre le aree:
$36=9\cdot 4$
$24=6\cdot 4$
ma 84 non è divisibile per 9 ...
possibile soluzione: $14\cdot 4=56$
$36=6\cdot 6$
$24=6\cdot 4$
$84=6\cdot 14$
soluzione: $14\cdot 4=56$

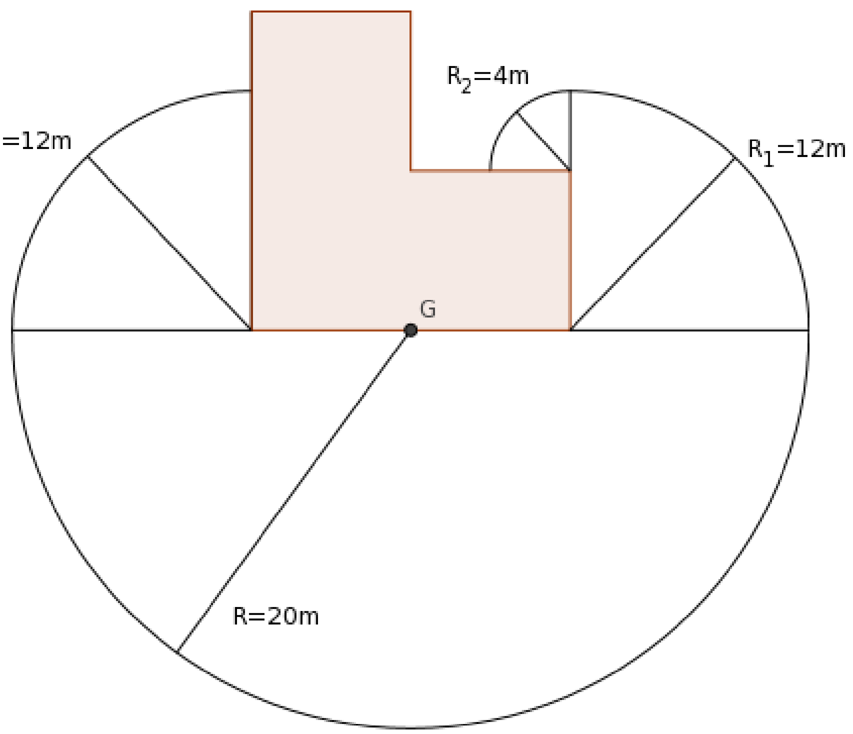
10 Girovagare fa ... pensare 2

Luca dopo il "successo" (ha ben risolto il problema 6), si incuriosisce e in una classe, proprio fra le ultime del corridoio, trova "pane per la sua mente". La lavagna riporta il seguente problema: i numeri a, b, c sono le cifre di un numero naturale N di tre cifre (a è la cifra delle centinaia, b quella delle decine e c l'unità). Sapendo che 49a +7b+c=286, determinare N. Luca dopo molti tentativi, perviene alla soluzione, che scrive alla lavagna. Quanto vale N?

$1 \le a \le 9$ *quindi* $40a \le 200$ $a \le 5$ *sia a=5 allora* $45+7b+c=86$ *7b+c=41,* $7b \le 40$ $b \le 5$ *sia b=5 allora 35+c=41 c=6*
sia a=4 allora $36+7b+c=86$ *7b+c=50 7b<=50* $b \le 5$ *sia b=5 allora 35+c=50 c=15 !*

11 Anche Fido girovaga

La figura rappresenta schematicamente la pianta di una casa, i cui muri esterni sono i segmenti della poligonale ABCDEF. Il muro AB e il muro AF sono lunghi 16 m, mentre gli altri sono la metà. All'esterno della casa, a metà del lato AB (punto G) è legato con una corda flessibile GH lunga 20 m, Fido il cane di casa. Se Fido può girare attorno alla casa, ma non entrarvi, qual è l'area della superficie che esso può calpestare? (*nella risposta scrivi solo la parte intera: 53.95 scrivi 53,
12.01 scrivi 12*)



$$Area=\pi \frac{R^2}{2}+\left(\pi \frac{R_1^2}{4}\right)2+\pi \frac{R_2^2}{4}=3.14\left(\frac{400}{2}+\frac{144}{2}+\frac{16}{4}\right)=866.64$$

12 Uno strano gioco di dadi

Luca, ed alcuni suoi amici, stanno giocando con dei dadi. Sovrapponendoli in diversi modi si divertono a costruire i solidi studiati a scuola. Dopo un po', Luca lancia una sfida e propone di costruire con i dadi a disposizione il cubo sulle cui facce compare il maggior numero possibile di punti.
I dadi a disposizione di ogni ragazzo sono 108.
Qual è la massima somma che si può realizzare?

N.B. : il cubo deve essere riempito di dadi in tutto il suo volume

Innanzitutto si deve trovare n tale che $n^3 \leq 108$ *n=4:* $4^3=64$ $5^3=125$.


[1]

per ogni faccia (6) i quattro dadi centrali mostreranno al massimo 6 punti ciascuno quindi $6 \cdot 4 \cdot 6=144$
i dadi sullo spigolo (12) ma non di vertice possono mostrare 6 e 5 punti quindi $11 \cdot 2 \cdot 12=264$
e da ultimo i dadi d'angolo (8 vertici) che possono mostrare al massimo 4 e 5 e 6 quindi $15 \cdot 8=120$

Testo prodotto utilizzando Openoffice , per la grafica GeoGebra e Gimp

http://it.openoffice.org/
http://www.geogebra.org/
http://www.gimp.org/

1 *La foto mostra una sola faccia del cubo, causa carenza di dadi!*