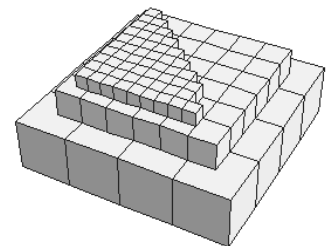


**Soluzione dei Problemi  
 con qualche idea risolutiva**

**I Cubetti**

Pippo ha a disposizione un gran numero di cubi di lato 1024 mm, questi cubi si possono suddividere in cubetti di lato la metà del precedente. Pippo vuole fare una costruzione seguendo la seguente regola: posiziona inizialmente 16 cubi formando un parallelepipedo a base quadrata, poi rientrando di metà lato costruisce un secondo parallelepipedo con cubetti il cui lato è metà del precedente e così via. (In figura una fase della costruzione).



Lavora lungamente e decide di fermarsi non appena ha terminato di posizionare lo strato di cubetti di lato 1mm.

Quanto misura in millimetri il lato dell'ultimo strato?

Il lato del primo strato è formato da 4 cubetti, il secondo strato ha il lato di  $2 \cdot 4 - 2 = 6$  cubetti, il terzo  $2 \cdot 6 - 2 = 10$ , terzo strato  $10 = 6 + 4 = 6 + 2^2 = 4 + 2 + 2^2$ , quarto strato

$$18 = 10 + 8 = 4 + 2 + 2^2 + 2^3$$

... dato che il cubetto di un millimetro viene posizionato all'undicesimo strato (divido 10 volte per due) strato si ha:

$$4 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6 + 2^7 + 2^8 + 2^9 + 2^{10} = 2050$$

**Disco Colorato**

Si dispone di un cerchio diviso in cinque settori: utilizzando i colori giallo rosso e verde, quante colorazioni diverse si possono ottenere garantendo la presenza di due o più spicchi rossi.

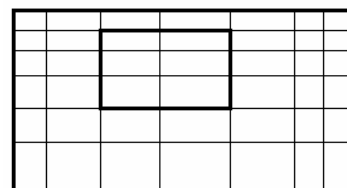
I tre colori a disposizione possono essere utilizzati in tutti gli spicchi: tutte le colorazioni possibili del disco sono quindi  $3^5$ , non sono permesse le colorazioni senza il rosso  $2^5$  o con un solo spicchio rosso  $5 \cdot 2^4$ : il valore richiesto è quindi  $3^5 - 2^5 - 5 \cdot 2^4 = 131$

**Rettangoli e ancora Rettangoli**

La base del rettangolo in figura è divisa in 7 parti mentre l'altezza in 6 parti. Quanti sono in tutto i rettangoli che compaiono in figura?

Qui conviene prima conteggiare le possibili coppie di vertici dei rettangoli: sul lato più lungo ci sono 8 punti, ciascuno dei quali può formare un lato con 7 altri punti, i lati in totale sono  $8 \cdot 7$ , stesso procedimento per il lato più corto e si ottiene

$7 \cdot 6$ , quindi il numero totale di segmenti che possono formare un rettangolo sono  $8 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 6$  questo valore deve essere diviso per quattro perché sono 4 i lati del rettangolo.



**Il Prisma**

Un prisma retto ha l'area della superficie totale di 204 cm<sup>2</sup>; la somma delle aree di basi è  $i \frac{5}{12}$  della superficie laterale e l'altezza è uguale al perimetro di una base. Quanto vale il volume del prisma?

$$A_{Laterale} = P_{Base} \cdot h = h^2 \quad A_{Totale} = A_{Laterale} + 2A_{Base} = A_{Laterale} + \frac{5}{12} A_{Laterale} = \frac{17}{12} A_{Laterale} \quad A_{Totale} = 204 = \frac{17}{12} h^2 \quad h = 12$$

$$A_{Base} = \frac{5}{12} \cdot \frac{12}{17} A_{Totale} = 30 \quad \text{e quindi } V = 30 \cdot 12$$

**La strada**

Due amici abitano da parti opposte di una stessa strada statale. Dopo essersi chiamati al cellulare escono da casa in bicicletta per incontrarsi. Trascorso un certo tempo, il primo ha percorso  $i \frac{2}{5}$  della strada e il secondo  $i \frac{3}{7}$  e la loro distanza è 6000 m. Quanti km è lunga la strada.

$$\frac{2}{5}s + \frac{3}{7}s + 6000 = s \quad \text{dove } s \text{ indica la lunghezza della strada. si ottiene 35000 metri e quindi 35 km}$$

**Giochi di numeri**

Pensa un numero; raddoppialo, aggiungi 3 al risultato, moltiplica per 4 quanto ottenuto e sottrai 5. Sottrai infine il numero pensato. Qualunque sia il numero pensato otterrai il multiplo di un numero. Qual è questo numero?  
 N, raddoppia 2N, 2N+3, (2N+3)4, (2N+3)4-5, (2N+3)4-5-N=7N-7=7(N-1)

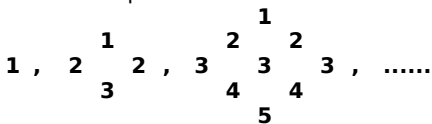
**Le Elezioni**

In una città di 25000 abitanti si procede all'elezione del sindaco. Hanno diritto di voto il 75% degli abitanti e vanno a votare il 90% degli aventi diritto. I candidati che si presentano si chiamano signor Algebra e signora Geometria. Il signor Algebra ottiene il 38% dei voti, la signora Geometria ottiene il 42% dei voti. Quante sono state in tutto le schede bianche o nulle?

Votanti  $25000 \cdot 0,75 = 18750$ , hanno votato  $18750 \cdot 0,90 = 16875$ . le schede bianche o nulle sono  $100 - 42 - 38 = 20\%$  dei voti quindi:  $16875 \cdot 0,20 = 3375$

**I Numeri "Diamanti"**

Utilizzando i primi numeri naturali si costruiscono i "diamanti" numerici, come mostrato qui sotto:



La somma dei numeri che formano il primo diamante è 1; quella del secondo è 8, ... Qual è la somma dei numeri che formano il 12° diamante?

Il terzo numero diamante  $3 \cdot 3 + 2 \cdot 2 + 4 \cdot 2 + 5 + 1 = 27 = 3^3$ , il quarto  $4 \cdot 4 + 3 \cdot 3 + 2 \cdot 2 + 1 + 5 \cdot 3 + 6 \cdot 2 + 7 = 64 = 4^3$ , il quinto  $5 \cdot 5 + 4 \cdot 4 + 6 \cdot 4 + 3 \cdot 3 + 3 \cdot 7 + 2 \cdot 2 + 8 \cdot 2 + 9 + 1 = 125 = 5^3$  il settimo

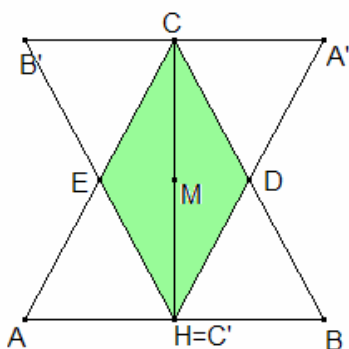
$7 \cdot 7 + 6 \cdot 6 + 5 \cdot 5 + 4 \cdot 4 + 3 \cdot 3 + 2 \cdot 2 + 1 + 9 \cdot 5 + 10 \cdot 4 + 11 \cdot 3 + 12 \cdot 2 + 13 = 343 = 7^3$  ... il nono  $9^3$ , settimo ... dodicesimo  $12^3$

**Divisioni e Resti**

Trovate il più piccolo numero naturale che:

diviso per 10 dà resto 9, diviso per 9 dà resto 8, diviso per 8 dà resto 7, diviso per 7 dà resto 6, diviso per 6 dà resto 5 diviso per 5 dà resto 4 diviso per 4 dà resto 3, diviso per 3 dà resto 2 e diviso per 2 dà resto 1

Sia N un numero intero che diviso 10 dà resto 9, ciò significa che N+1 è divisibile per 10. Il problema ci dice che N+1 è divisibile per 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3 e 2 il più piccolo numero con queste caratteristiche è il massimo comun divisore fra 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3 e 2. N+1=2520



**La Geometria del Triangolo**

Il perimetro di un triangolo isoscele ABC è 108 cm e l'altezza CH relativa alla base AB è 18 cm. Detto A'B'C' il simmetrico di ABC rispetto al punto medio M di CH, determinate l'area del poligono ottenuto intersecando ABC con A'B'C'

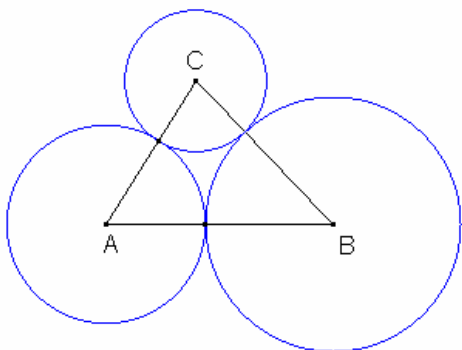
$$\overline{AB} + 2\overline{AC} = 108, \quad \sqrt{\overline{AC}^2 - \left(\frac{\overline{AB}}{2}\right)^2} = \overline{CH} \quad \sqrt{\left(\frac{108 - \overline{AB}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\overline{AB}}{2}\right)^2} = 18 \quad \text{e}$$

si ottiene:  $\overline{AB} + 2\overline{AC} = 108 \quad \overline{AB} = 48$  è facile dimostrare che

$$\overline{ED} = \frac{\overline{AB}}{2} \quad \text{pertanto l'area richiesta è } \frac{\overline{CH} \cdot \overline{ED}}{2} = \frac{18 \cdot 24}{2} = 216$$

### Cerchi Tangenti

In un triangolo  $ABC$   $\overline{AB} = \overline{BC} + 1m$  e  $\overline{AB} = \overline{CA} + 2m$ . In figura sono rappresentati i tre cerchi con centri  $A, B, C$  e tangenti fra loro a due a due. Sapendo che il perimetro di  $ABC$  è  $36m$ , determinare la misura del raggio del cerchio maggiore.

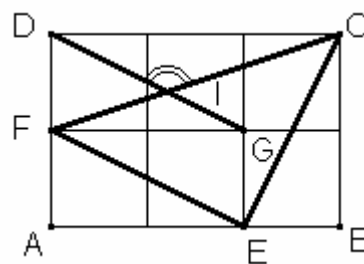


$P = \overline{AB} + \overline{AB} - 1 + \overline{AB} - 2 = 3\overline{AB} - 3$  quindi  $\overline{AB} = 13$  detti rispettivamente  $r_A, r_B, r_C$  i centri delle circonferenze di centro  $A, B$  e  $C$  si ottiene  $\overline{AB} = r_A + r_B$   $\overline{AC} = r_A + r_C$  e  $\overline{CB} = r_C + r_B$  sostituendo i valori numerici si ottiene  $r_A = 6, r_B = 7, r_C = 5$

### Quadrati e Angoli

Considerate la seguente figura costruita con 6 quadrati uguali disposti in modo da formare il rettangolo  $ABCD$  di lati  $18\text{ dm}$  e  $12\text{ dm}$ . Quanto vale la misura (in gradi) dell'angolo

$\widehat{D\hat{I}C}$  ?



Per costruzione  $\overline{FE} = \overline{EC}$  l'angolo  $\widehat{F\hat{E}C}$  è retto, dato che  $\widehat{F\hat{E}A}$  e  $\widehat{C\hat{E}B}$  sono complementari ( $\widehat{FAE} = \widehat{EBC}$ ),  $\widehat{E\hat{F}C} = 45^\circ$  i segmenti  $DG$  e  $FE$  sono paralleli e quindi  $\widehat{E\hat{F}C} = \widehat{C\hat{I}G} = 45^\circ$  essendo  $\widehat{D\hat{I}C}$  supplementare di  $\widehat{C\hat{I}G}$  si ricava:  $\widehat{D\hat{I}C} = 135^\circ$

by joao  
 gianpaolo gasparin