

## Problemi una proposta di soluzione

a cura di gianpaolo gasparin

### 1 I Tre numeri

Calcola il prodotto  $P$  di tre numeri naturali consecutivi la cui somma è un quinto di  $P$ .  
Siano  $x-1$ ,  $x$  e  $x+1$  i tre numeri la loro somma  $S=3x$ , quindi  $15x=P=x(x-1)(x+1)$  ed anche  $15=(x-1)(x+1)$  che ammette come unico risultato  $x-1=3$  e  $x+1=5$  e  $x=4$  **0060**

### 2 Quozienti e somme

Sapendo che  $\frac{a}{b}=15$  e  $\frac{c}{b}=3$  Quanto vale  $\frac{a+b}{b+c}$  ?

$$a=15b, c=3b \quad \frac{a+b}{b+c} = \frac{15b+b}{b+3b} = \frac{16b}{4b} = 4 \quad \mathbf{0004}$$

### 3 Il Tavolo degli spigoli

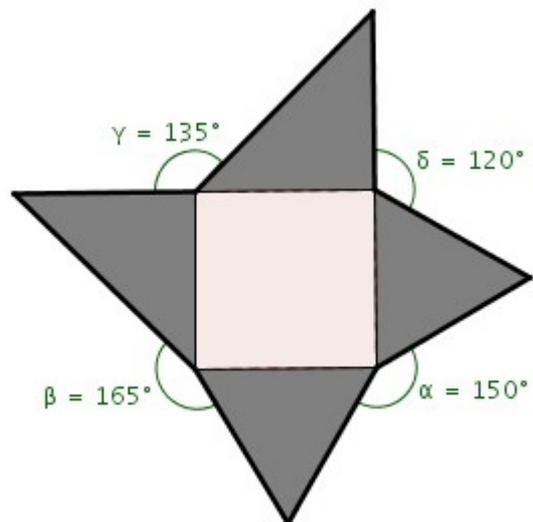
Si vuole costruire uno "strano" tavolo come in figura.

Sapendo che il lato del quadrato centrale è di 200 cm.

Quanto vale in centimetri il perimetro del tavolo?

Il tavolo è formato da due triangoli equilateri e da due triangoli isosceli rettangoli, i lati dei triangoli equilateri misurano 200cm. L'ipotenusa dei triangoli isosceli rettangoli misura:

$$\sqrt{200^2+200^2}=200\sqrt{2}=1.41 \cdot 200=282 \quad \mathbf{1764}$$



### 4 Il Pallone da calcio

Il pallone da calcio è formato da 20 esagoni e 12 pentagoni. Ogni pentagono è contornato solo da esagoni.

Quante sono le cuciture del pallone?

Le cuciture legano assieme 2 lati peranto i lati degli esagoni sono  $20 \cdot 6 = 120$  quelli dei pentagoni sono  $12 \cdot 5 = 60$  e quindi le cuciture sono  $\frac{60+120}{2}$  **0090**



### 5 Cinque amici

Aldo, Baldo, Carlo, Diego e Franco pesano assieme 213 kg.

Aldo e Baldo pesano assieme 78 kg, Aldo e Carlo pesano assieme 84 kg, Aldo e Diego pesano assieme 67 kg, Aldo e Franco pesano assieme 89 kg. Quanto pesa Aldo?

Aldo= $a$ , Baldo= $b$ , Carlo= $c$ , Franco= $f$

$$a+b+c+f=213$$

$$a+b=78$$

$$a+c=84$$

$$a+d=67$$

$$a+f=89$$

$$\text{da cui } 3a+a+b+c+d+f=78+84+67+89; 3a+213=318; 3a=105 \quad \mathbf{0035}$$



### 6 Giovanna e le bacchette

Giovanna ha sulla sua scrivania cinque bacchette di 15, 18, 30, 33 e 46 cm di lunghezza. Ne sceglie tre e le dispone a triangolo. Quanto vale la somma dei perimetri in centimetri dei triangoli differenti che potrà formare Giovanna con le sue cinque bacchette?

Per poter costruire un triangolo la somma di due lati deve essere maggiore del terzo lato, inoltre prese tre bacchette se la più grande è minore della somma delle altre due bene.

46: 15+18=33 no, 15+30=45 no, 15+33=48 si 2p=94, 18+30 si 2p=94 e 18+33 si 2p=97

... **0616**

### 7 MTB

La mountain bike di Paola ha le tre volantine anteriori formate da 48, 36 e 28 denti, le nove posteriori hanno la più piccola con 12 denti la più grande con 32. Quando la catena unisce la volantina con 48 denti con quella da 12, con una pedalata (giro completo della volantina anteriore) Paola percorre 7.68m. Quanta strada (espressa in cm) fa sempre con una pedalata, quando la catena collega la volantina anteriore da 28 denti con quella posteriore da 32?



Con una pedalata Paola, nel primo caso, fa compiere alla volantina dietro (cioè alla ruota) di  $48/12=4$  giri. Quindi un giro di ruota fa percorrere  $7.68:4=1,92$ m. Con il secondo rapporto una pedalata fa compiere alla ruota

$28/32=7/8$  e quindi  $\frac{196.7}{8}=168$ cm **0168**

### 8 Numeri da numeri

Si considerino tutti i numeri di cinque cifre (tutte distinte) che si possono formare con 1,2,3,4 e 5. Sapendo che in tutto sono 120 e supposto di averli messi in ordine crescente (dal più piccolo al più grande), scrivere le ultime 4 cifre dell'ottantunesimo numero.

Si può osservare che ci sono 24 numeri che iniziano con 1, infatti: scritto 1 la seconda cifra può essere scelta fra le restanti 4, la terza fra 3 la quarta fra 2 e poi la quinta,  $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$  i successivi 24 inizieranno con 2 (e siamo a 48) i successivi 24 (siamo a 72) con 3, quindi il numero cercato inizia con 4, ripetiamo il ragionamento per il secondo numero, si hanno 6 uno, e siamo a 78, il numero è 42... se metto 1 ho due scelte, sono così all'ottantesimo numero, il numero cercato sarà 42315. **2315**

### 9 Fondi di cassa

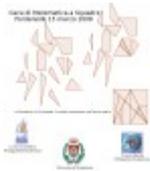
In un negozio alla fine della giornata incasso 2030€ in banconote da 10€, 20€ e 50€. Le quantità di biglietti delle diverse pezzature sono numeri consecutivi. Quanti biglietti da 50€ c'erano in cassa?

Siano n-1, n ed n+1 la quantità delle diverse banconote, indichiamo con A, B, C il valore delle banconote allora sappiamo che  $A+B+C=80$ ,  $(n-1)A+nB+(n+1)C=n(A+B+C)-A+C=2030$ ,  $n=\frac{2030+A-C}{80}$  dato che il valore delle banconote è divisibile per 10 il problema è risolto se è possibile trovare x e y con  $x=1,2,5$  e  $y=1,2,5$  tali che  $203-x+y$  è divisibile per 8 (n è intero!), l'unica soluzione è  $x=2$   $y=5$  **0026**

### 10 Zero e ancora zeri

Con quanti zeri consecutivi termina il numero ottenuto moltiplicando fra loro i primi 101 numeri naturali? (  $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 101$  )

Ogni multiplo di 10 produce uno zero, ci sono già 10 zeri. Poi  $5 \cdot 2=10$  quindi queste coppie producono ancora zeri, altri 10, ma  $25 \cdot 4$  produce 2 zeri (di cui uno già conteggiato) e  $20 \cdot 5$  produce 2 zeri (di cui uno già conteggiato)  $50 \cdot 2$  e 100 altri 2 ciascuno (di cui due già conteggiati) . **0024**



### 11 Diagonali ... spaziali

Di un parallelepipedo retto si conoscono le misure delle diagonali delle facce:

$$\overline{AB} = 32 \text{ cm}$$

$$\overline{AC} = 37 \text{ cm}$$

$$\overline{AD} = 45 \text{ cm}$$

Calcola in centimetri la misura della diagonale principale  $\overline{AE}$

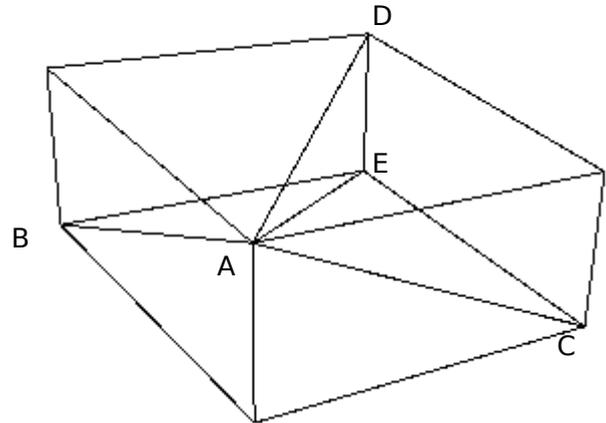
dette  $x, y$  e  $z$  le dimensioni del parallelepipedo si

ha:  $x^2 + y^2 = 32^2, y^2 + z^2 = 45^2, x^2 + z^2 = 37^2$  il

quadrato della diagonale è  $y^2 + z^2 + x^2$

ma  $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 = 32^2 + 45^2 + 37^2$  e quindi

$$\overline{AE} = \frac{32^2 + 37^2 + 45^2}{2} \quad \mathbf{0047}$$



### 12 ... solo due triangoli

ABC e DEF sono due triangoli equilateri con i lati paralleli e lo stesso centro. Se la distanza

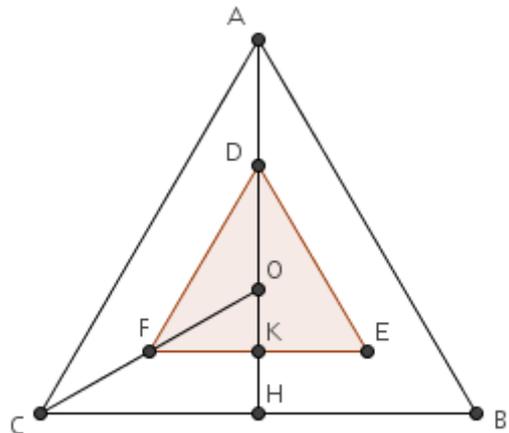
fra i lati BC ed EF è  $\frac{1}{6}$  dell'altezza del

triangolo ABC, quanto vale l'area di ABC

sapendo che quella di EFD è  $28 \text{ cm}^2$

Per le proprietà dei triangoli equilateri si ha che  $OK = KH$ ,

quindi DK è la metà di AH, perciò l'area di ABC è quattro volte quella di DEF **0112**



*I testi sono stati proposti da:* Giuseppe Bruno, Anna Nodassi e Gianpaolo Gasparin.

*Revisionati e corretti:* da Nicolò Lomolino, Davide Scarabino.

*Controllati da:* Giuseppe Cannizzaro e Davide Dorigo.

Testo prodotto utilizzando Openoffice , per la grafica GeoGebra e Gimp

<http://it.openoffice.org/>

<http://www.geogebra.org/>

<http://www.gimp.org/>